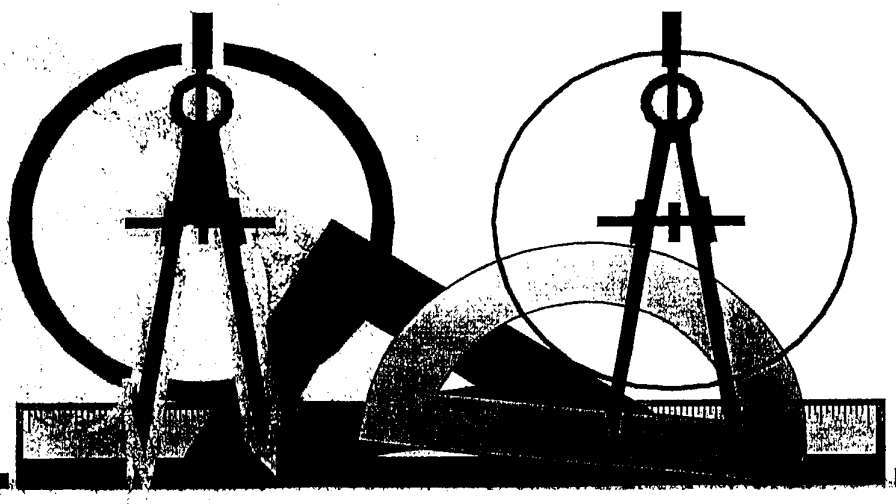
المملكة العربية السعودية

مذكرة

الرياضيات

الثالث المتوسط



الباب الأول

مراجعـــة

الفصل الأول

قابلية القسمة

بند (١) معنى قابلية قسمة عدد على آخر :

إذا قسمنا العدد ٧٥ على ٥ نجد أن خارج القسمة ١٥ (دون باق) فنقول بأن العدد ٧٥ يقبل القسمة على ١٥ .

$$٧٥ \div ٥ = ١٥$$

$$\begin{array}{r|l} ٧٥ & ٥ \\ \hline ٥ & ١٥ \\ \hline ٢٥ & \\ ٢٥ & \\ \hline ٠٠ & \end{array}$$

وعليه : يكون العدد قابلا للقسمة على آخر اذا أمكنت قسمة الأول على الثاني بدون باق .

بند (٢) قابلية القسمة على ٢ : *

كما علمت من دراستك في السنوات السابقة فان :

يقبل العدد القسمة على ٢ اذا كان (آحاده) صفراً أو عدداً زوجياً مثل (٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨)

- ماذا تسمي الاعداد التي لا تقبل القسمة على ٢ ؟ الجواب : هي الأعداد ...
- ما هو باقي قسمة عدد فردي على ٢ ؟ الجواب : هو دوماً العدد ...

وعليه : اذا كان رقم آحاد العدد فردياً فان هذا العدد لا يقبل القسمة على ٢ ويكون باقي قسمته على ٢ يساوي ١ :

تدريب :

اختصر مايلي :

$$\frac{٢٤}{٥٢} ، \frac{٣٤}{١٨} ، \frac{٧٨}{٢} ، \frac{٢}{٤٦} ، \frac{٨\times٣}{١٤\times١٠} ، \frac{٧\times٢}{٦\times٥٦}$$

بند (٣) قابلية القسمة على ٥ :

لقد علمت بأن :

يقبل العدد القسمة على ٥ إذا كان رقم آحاده صفراً أو خمسة .

فاذا كان رقم الآحاد غير الصفر أو الخمسة فان القسمة يكون لها باقي . ولحساب ذلك :

---

* يرجى من المدرس الكريم أن ينجز قابلية القسمة على ٢ ، ٥ ، ١٠ ، ٣ ، ٩ في درس واحد لترابط الموضوع وسهولته .

٣٩ ÷ ٥ = ٧ والباقي ٤ (وهو نفس باقي قسمة رقم الآحاد ٩ على ٥)

١٢٨ ÷ ٥ = ٢٥ والباقي ٣ (وهو نفس باقي قسمة رقم الآحاد ٨ على ٥)

٢٦٢ ÷ ٥ = ٥٢ والباقي ٢ (وهو نفس باقي قسمة رقم الآحاد ٢ على ٥)

٤٥٦ ÷ ٥ = ٩١ والباقي ١ (وهو نفس باقي قسمة رقم الآحاد ٦ على ٥)

مثال توضيحي :

٧ (ناتج القسمة)

٣٩ (المقسوم) | ٥ (المقسوم عليه)

٣٥

٤ (باقي القسمة)

كذلك لاحظ تساوي باقي القسمة فيما يلي :

٩١ (ناتج القسمة)

٤٥٦ (المقسوم) | ٥ (المقسوم عليه)

٤٥

٠٠٦

٥

١ (باقي القسمة) = باقي القسمة

١

٦ | ٥

٥

١

النتيجة :

باقي قسمة عدد ٥ يساوي باقي قسمة رقم آحاده على ٥

وهو ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤

تدريب :

١ ـ اختصر مايلي :

$\frac{٢٥}{١١٥}$ ، $\frac{١٠٥}{١٢٥}$ ، $\frac{٣٥}{١٣٠}$ ، $\frac{١٠٥}{٦٥}$

$$\frac{٥\times١٢}{١٦\times٢٥}\ ،\ \frac{٨٥\times٤٢}{٣٤\times٣٥}\ ،$$

٦ – أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على ٥ :

١٥٣ ، ١٣٢ ، ١٦ ، ٣١٨ ، ١٠٠٢ ، ٤٠٩ ، ١١٤ ، ٢٨٧

بند (٤) قابلية القسمة على ١٠ :

تعلم أن العدد يقبل القسمة على ١٠ اذا كان رقم آحاده صفراً وباقي قسمة عدد صحيح على ١٠ هو رقم أحاده .

$$\begin{array}{r|l} ١٣٦ & ١٠ \\ \hline ١٠ & \\ \hline ٣٦ & \\ \hline ٣٠ & \\ \hline ٦ & \end{array}$$

لاحظ أن الباقي هو نفسه رقم الآحاد كما أن العدد لم يقبل القسمة على ١٠ دون باق لأن رقم آحاده ليس صفراً .

تدريب :

اختصر مايلي الى أبسط صورة :

$$\frac{٤٢٠}{٢٠٠}\ ،\ \frac{٦٠٠}{٢٥٠}\ ،\ \frac{١٠٠}{١٠٠٠}\ ،\ \frac{٤\times١٠}{١٠٠\times١٦}\ ،\ \frac{٤\times٥٠٠}{١٠٠٠\times٢٢}$$

تمارين

١ – سجل الاعداد الآتية في دفترك ثم ضع خطاً تحت كل عدد منها يقبل

القسمة على ٢ ، وخطين تحت كل عدد يقبل القسمة على ٥ (لاحظ أنك ستجد ٣ خطوط تحت كل عدد يقبل القسمة على ٥ ، ٢ معا) :

١٩٢ ، ٣٥٠ ، ١٦٥ ، ١٩٦٨ ، ١٣٨٨ ، ٤٥٥١ ، ٥٦٠ ، ٧٤٥ ، ٧١ ، ٤٢٣ ، ٥٥٢ ، ٦٠٠ ، ٨١ ، ٤٠٠٠

ثم ارسم دائرة حول كل عدد منها يقبل القسمة على ١٠ فماذا تستنتج ؟

هل « كل عدد يقبل القسمة على ٢ ، ٥ معا يقبل القسمة على ١٠ » ؟ ولماذا ؟

٢ – اكتب ٦ أعداد تقبل القسمة على ٢ .

اكتب ٧ أعداد تقبل القسمة على ٥ .

اكتب ٣ أعداد تقبل القسمة على ١٠ .

٣ – اختصر مايلي : –

$$\frac{٣٥\times٢٦}{١٤\times٦٥} \text{ ، } \frac{٩٢\times١٥\times١٤}{٤٢\times٢٣٠}$$

٤ – أذكر من الاعداد الآتية ما لا يقبل القسمة على ٢ وأوجد باقي قسمته على ٢ :

٩ ، ٩٥٧١ ، ١١٥ ، ٦٠٥ ، ١٠٠٠ ، ٩٢١٢٨٥ ، ٢١٦٤٥٠٧ ، ٤٠٥٧٢٩٣٦ .

ثم أعد حل التمرين مستبدلاً العدد ٢ بالعدد ٥ .

بند (٦) قابلية القسمة على ٣ :

مثال : هل يقبل العدد ٦٧٣١ القسمة على ٣ ؟

نرى أن مجموع أرقامه ١ + ٣ + ٧ + ٦ = ١٧ ليس مضاعفاً للعدد ٣

∴ العدد ٦٧٣١ لا يقبل القسمة على ٣ .

مثال : هل يقبل العدد ٣٦٤٥ القسمة على ٣ ؟

مجموع الأرقام : ٥ + ٤ + ٦ + ٣ = ١٨ . العدد ١٨ من مضاعفات العدد ٣ .

∴ العدد ٣٦٤٥ يقبل القسمة على ٣ .

القاعـدة :

يقبل العدد القسمة على ٣ اذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد ٣ (أي أن مجموع الأرقام يقبل القسمة على ٣) .

طريقة اسقاط العدد ٣ :

لمعرفة قابلية قسمة العدد ٩٢٤٣ على ٣ :

نهمل الرقم ٣ فلا نجمعه

كذلك نهمل الرقم ٩ فلا نجمعه (لأنه من مضاعفات العدد ٣)

بقي العددان ٤ ، ٢ مجموعهما ٦ وهو من مضاعفات العدد ٣)

∴ العدد ٩٢٤٣ يقبل القسمة على ٣

مثال آخر : افحص العدد ٧٤٥٦

١ – يهمل العدد ٦

٢ – ٥ + ٤ = ٩ يهمل

٣ – يبقى العدد ٧ وهو لا يقبل القسمة على ٣

∴ العدد ٧٤٥٦ لا يقبل القسمة على ٣

وتتبع نفس الطريقة لمعرفة باقي قسمة العدد ٣ ففي المثال السابق يقسم العدد الباقي وهو ٧ على ٣

فيكون الباقي ١ ∴ باقي قسمة العدد ٧٤٥٦ على ٣ هو ١

∴ باقي قسمة العدد ٣ يساوي باقي قسمة أرقامه على ٣

٦

بند (٧) قابلية القسمة على ٩ :

حيث أن العدد ٩ هو من مضاعفات العدد ٣ لذلك فقابلية القسمة على ٩ تشبه قابلية القسمة على ٣ من حيث القاعدة :

يقبل العدد القسمة على ٩ اذا كان مجموع أرقامه أحد مضاعفات العدد ٩ (أي أن مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩) .

مثال (١) :

لمعرفة قابلية قسمة العدد ٣٠١٢٧٥ على ٩

نجمع أرقامه : ٥ + ٧ + ٢ + ١ + ٠ + ٣ = ١٨

∴ العدد ١٨ من أضعاف العدد ٩

∴ العدد ٣٠١٢٧٥ يقبل القسمة على ٩

وهذا أيضاً كما جاء في قابلية القسمة على العدد ٣ يمكن استخدام طريقة اسقاط العدد ٩ أو مضاعفاته .

مثال (٢) :

افحص العدد ٧٨٢٦ من حيث قابليته للقسمة على العدد ٩

الحـــل :

١ – نرى أن ٢+٧ = ٩ فتسقط

٢ – يبقي لدينا العددان ٦ ، ٨ ومجموعهما ٦+٨ = ١٤

٣ – العدد ١٤ ليس من مضاعفات العدد ٩ فعليه العدد ٧٨٢٦ لا يقبل القسمة على ٩ .

٤ – لمعرفة باقي القسمة نقسم العدد ١٤÷٩ فيكون الباقي هو ٥ فعليه يكون باقي القسمة هو العدد ٥ .

تمارين :

١ ـ انقل التمارين الآتية الى دفترك الخاص بحل التمارين ثم ضع خطاً تحت كل عدد يقبل القسمة على ٣ وخطين تحت كل عدد يقبل القسمة على ٩ فيما يأتي :

٦٢٧ ، ١١٤ ، ٨٢٨ ، ٧٢٤٩٥ ، ٢٢٢ ، ٥٥٥ ، ١٠٠٠٣ ، ٢٠٠١ ، ٦٤٨٠ ، ٢٠٠٧ ، ٣٠٧٠٢ ، ٦٢٠٧٧٣ ، ٢١٤٧٨٥ .

٢ ـ أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على ٩ :

٣٦٤٧ ، ٢٨٩٠ ، ٥١٨٢٥ ، ٩٥١٤٤ ، ٢٠٨٠٢٠٠

٣ ـ أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على ٣ :

٦٢٥ ، ٩٢٢٤ ، ٢١٤١٥ ، ٨٠٠٢٠ ، ١٤٠١٢٠

٤ ـ استبدل بإشارة الاستفهام رقماً ليصبح كل من الأعداد الآتية قابلاً القسمة على ٩ :

٤٢؟ ٦ ، ٩٠٥؟ ، ؟٦٢٧

٥ ـ اختصر ما يأتي :

$$\frac{١٢}{٧٥} ، \frac{١٢٠}{١٥} ، \frac{٩٩}{٢٧} ، \frac{٣٧٠}{١٤٧٦} ، \frac{٢٥٧٩٧٢}{١٨٧١٠٧١٥} ، \frac{٥٧٥٧٦}{٢٧٣٠٧٣٥}$$

بند (٨) قابلية القسمة على ٦ :

حيث أن العدد ٦ = ٢×٣ لذلك يمكن القول بأن :

يقبل العدد القسمة على ٦ اذا كان قابلا القسمة على ٢ ، ٣ (في آن واحد) .

مثال : هل يقبل العدد ١٤١٥٤ القسمة على ٦ . ؟

الحـــل :

١ – العدد ١٤١٥٤ يقبل القسمة على ٢ لأن رقم آحاده زوجي .

٢ – نجمع أرقام العدد : ٤ + ٥ + ١ – ٤ + ١ = ١٥ وهو من مضاعفات العدد ٣

∴ العدد ١٤١٥٤ يقبل القسمة على ٣ .

٣ – حيث أن العدد ١٤١٥٤ يقبل القسمة على ٢ ، ٣

∴ فهو يقبل القسمة على ٦ .

تدريب :

ضع خطاً تحت العدد الذي يقبل القسمة على ٦ فيما يلي :

١٤٥٨ ، ١٧٦٦ ، ٤١٧٢ ، ٦٣٥٤٠ ، ٢١٣٠٠ ، ٤١٥٦ ، ٩٤٠

بند (٩) قابلية القسمة على ٤ :

لقد وجد نتيجة التكرار والممارسة أن :

العدد يقبل القسمة على ٤ اذا كان رقم آحاده وعشراته صفرين أو كان العدد المؤلف منهما أحد مضاعفات الأربعة (٠٤ ، ٠٨ ، ١٢ ، ١٦ ، .....) .

مثال ١ : هل يقبل العدد ٦١٢٤ القسمة على ٤ ؟

الحـــل :

ننظر الى رقم الآحاد والعشرات في العدد ٦١٢٤ فهو ٢٤ وواضح أن هذا العدد هو أحد مضاعفات العدد ٤ . لذلك يقبل العدد ٦١٢٤ القسمة على ٤ .

مثال (٢) : هل يقبل العدد ١٧١٣٩ القسمة على ٤ ؟ وما هو باقي القسمة ؟

الحـــل :

١ – ننظر الى رقمي الآحاد والعشرات في العدد ١٧١٣٩ وهو ٣٩

٢ – العدد ٣٩ لايقبل القسمة على ٤ . وبالتالي فان العدد ١٧١٣٩ لا يقبل القسمة على ٤ .

٣ – لإيجاد باقي القسمة :

١٧١٣٩	٤	٤	٤٢٨٤
١٦		٣٩	٤
١١		٣٦	
٨		٣	
٣٣			
٣٢			
١٩			
١٦			
٣			

فمن الواضح أن باقي القسمة هو ٣ . وكذلك لو قسمنا رقمي الآحاد والعشرات على ٤ فنحصل على نفس الباقي . فعليه :

باقي قسمة عدد على ٤ هو باقي قسمة العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته على ٤ .

تدريب :

١ – ضع خطاً تحت العدد الذي يقبل القسمة على ٤ فيما يلي :

٩١٦ ، ٤٤٤٢ ، ١٥٢٤ ، ٨٩٠٠ ، ٧٠٨ ، ١٩٠٦ ، ٨٤١٠

٢ – أوجد باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على ٤ :

٨٥٠ ، ٤٥٠٧ ، ٣٨٢٢ ، ١٥٩٩٧ .

بند (١٠) قابلية القسمة على ٢٥ :

لقد درست في العام الماضي قابلية القسمة على ٢٥ واليك القاعدة لتذكيرك بها :

يقبل العدد القسمة على ٢٥ اذا كان رقما آحاده وعشراته صفرين أو كان العدد المتكون منهما أحد مضاعفات العدد ٢٥ وهي : (٢٥ ، ٥٠ ، ٧٥) .

فمثلا العدد ٢١٧٥ يقبل القسمة على ٢٥ وكذلك العددان : ١١٥٠ ، ٦٤٠٠ أما العدد ٩٥٥ فلا يقبل القسمة على ٢٥ .

باقي قسمة العدد على ٢٥ هو باقي قسمة العدد المتكون من آحاده وعشراته على ٢٥ .

فمثلا باقي قسمة ٧٧٢٣٦ على ٢٥ هو باقي قسمة ٣٦ على ٢٥ وهو ١١ .

تدريب :

١ – ضع خطاً تحت العدد الذي يقبل القسمة على ٢٥ واشارة ضرب تحت العدد الذي يقبل القسمة على ٤ فيما يلي : –

٢٠٠ ، ١٤٠ ، ٦٥٠ ، ٩١٣٦ ، ٧٣١٢٥ ، ٩١٤٨٨ ، ١٠٠٠ ، ٧١١٢ ،
٤٦٧٥ ، ٣٠٠٠٠ ، ٩٨٠٧ ، ٤١٨ .

٢ – اذكر باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على ٢٥ (ثم أعد الحل مستبدلاً العدد ٢٥ بالعدد ٤) .

٨٩٠٦ ، ٤٥٦٧ ، ٣٥٥٢ ، ٩١٨ ، ٧٩٤٠ ، ١٦١٤١٣ ، ٩٩٩

٣ – اختصر مايلي :

$$\frac{\text{ع}\,١٧٥}{٣٢٥}\ ،\ \frac{\text{ع}^{٢}\times ١٢٨\times ١٠٥٠}{٥٢٥\times ٩٦}\ ،\ \frac{\text{ع}^{٢}\,٨٠٠}{١٠٥٠}\ ،\ \frac{٣\times ٥٥\times ٥٠}{١١\times ٦\times ٢٧٥}\ ،\ \frac{٤\times ٧٥\times ٤٢}{٧\times ١٢\times ١٥٠}$$

٤ – ضع مكان العلامة ؟ في كل من الأعداد الآتية رقما ليصبح العدد قابلاً القسمة على ٢٥ :

؟٣٠٥ ، ٢؟٥ ، ٣١؟٠ ، ٦١٧؟

أعد حل نفس التمرين مستبدلاً العدد ٢٥ بالعدد ٤ .

ملاحظة الى المدرس الكريم : لتشابه قابلية القسمة على ٢ وعلى ٥ في قابلية القسمة على ٤ ، ٢٥ ، وهما مربعا العددين ٢ ، ٥ على التوالي .

تمارين عامة للمراجعة

١ ــ ضع خطاً تحت العدد الذي يقبل القسمة على ٦ فيما يلي :

٨٢ ، ١٥٣ ، ٥٦ ، ٩٤٢ ، ٤٥٠ ، ٢٠٦ ، ٥١٠٠

٢ ــ ضع خطاً تحت العدد الذي يقبل القسمة على ١١ ، وإشارة الضرب تحت العدد الذي يقبل القسمة على ٩ ، ودائرة حول العدد الذي يقبل القسمة على ٤ فيما يلي :

٨٢٨ ، ١٣٦٤ ، ٥٤٩ ، ٤٧٥٨٤ ، ٩١٧٢٩ ، ٧٥٦ ، ٢٦٤ ، ١٩٨ ، ٦٧٣٢ ، ٣٦٠٠

٣ ــ اختصر الكسور الآتية :

$\frac{٨٥٤}{١٠٨}$ ، $\frac{١٧٥}{٢٢٥}$ ، $\frac{١٣٢}{٣٠٨}$ ، $\frac{٨٥٥}{١٧٠}$ ، $\frac{١٦٥}{٤٩٥}$ ، $\frac{٩٩٠}{١٩٨}$

٤ ــ اختصر المقادير الآتية :

$\frac{١٨٧ \times ١٤٠}{١٥٤ \times ٧٥}$ ، $\frac{١٣٢ \times ٤٥٠}{٦٧٥ \times ٨}$ ، $\frac{٢٢ \times ١٥ \times ٥٢}{٨٥٨ \times ٢٠}$

$\frac{٢ \div ٤}{٧ - ١}$ ، $\frac{٦٠٠ \div ١٢٦}{٩٩}$ ، $\frac{١٤٢ - ٨}{٥٤}$

٥ ــ أكتب كسراً يمكن فيه الاختصار على كل من ٩ ، ٢

٦ – اكتب كسراً يمكن فيه الاختصار على كل من ٤ ، ٥ ، ١١

٧ – ماهي الأرقام التي لو وضعت مكان إشارة الاستفهام في العدد (٢؟٥٨ لأصبح قابلاً القسمة على (٤) ؟

٨ – ماهي الأرقام التي إذا وضعت مكان إشارة الاستفهام جعلت الأعداد الآتية تقبل القسمة على ٩ ؟

(٥ ؟ ٨٢) ، (١١٧ ؟ ٥) ، (٢٠٩ ؟ ٢) ، (٥ ؟؟ ٤) مع ذكر جميع الأجوبة الممكنة .

٩ – ماهي الأرقام التي إذا وضعت مكان إشارة الاستفهام جعلت الاعداد الآتية تقبل القسمة على ١١ ؟

(٧ ؟ ٢) ، (٥ ؟ ٦٣) ، (٨٥٩ ؟ ٧) ، (٤ ؟ ٣ ؟) مع ذكر جميع الاجوبة الممكنة .

١٠ – اكتب ٣ أعداد أكبر من ١٠٠ وتقبل القسمة على ٢ ، وثلاثة أعداد أخرى تقبل القسمة على ٣ وهكذا على ٤ ثم ٥ ثم ٦ ثم ٩ ثم ١٠ ثم ١١ ثم ٢٥

١١ – ما أصغر عدد يمكن إضافته الى ٨٧٥ ليصبح الناتج قابلاً القسمة على ٢ ؟

اذكر العددين الذين يليان العدد المضاف في الكبر واللذين إذا أضيف أحدهما الى ٨٧٥ أصبح الناتج أيضاً قابلاً القسمة على ٢

١٢ – ما هو أصغر عدد إذا طرح من ٨٠٠ كان الناتج قابلاً القسمة على ٩ ؟

١٣ – ما هو أصغر عدد إذا طرح من ٧٠٠ كان الناتج قابلاً القسمة على ١١ ؟

١٤ – اكتب الأعداد المحصورة بين ١٠٠ ، ١٥٠ والتي تقبل القسمة على ٣

١٥ – اكتب الأعداد المحصورة بين ٢٠١ ، ٢٨٦ والتي تقبل القسمة على ٩

١٦ – اكتب الأعداد التي تقبل القسمة على ٦ والمحصورة بين ٧٥٢ ، ٨٠٠

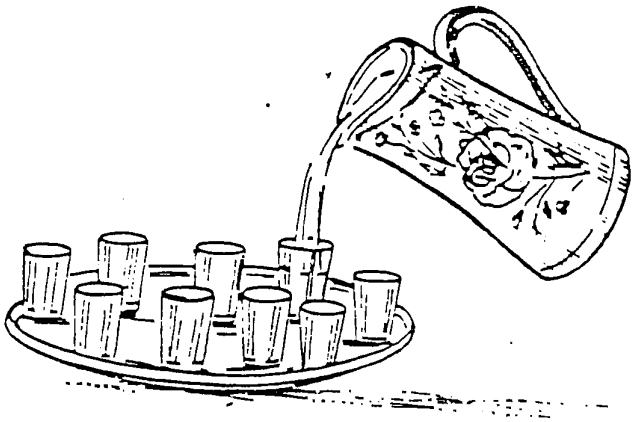
١٧ – يمكن تكوين عدة أعداد بالأرقام ٤ ، ٣ ، ٢ أوجد أكبر عدد يمكن تكوينه بهذه الأرقام ويقبل القسمة على ٢

١٨ – أوجد أكبر عدد يمكن تكوينه بالأرقام ٥ ، ٢ ، ٨ ويقبل القسمة على ٣

١٩ – أوجد أصغر عدد يمكن تكوينه بالأرقام ٤ ، ١ ، ٧ ، ٦ ويقبل القسمة على ٤

٢٠ – مع والد ٥٤٧٨٣ ريالاً فهل يمكنه تقسيمها على أولاده التسعة بالتساوي؟

٢١ – اذكر باقي قسمة العدد ٧١٥٣ على كل من الأعداد : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٩ ، ١٠ ، ٢٥.



الفصل الثاني : القوة وتحليل العدد إلى عوامله الأولية

أ – القوة

بند (١١) رفع العدد إلى قوة :

– نعلم أن مساحة المربع الذي طول ضلعه = ٥ سم هي ٥×٥ = ٢٥ سم^{٢}

فنرمز لحاصل ضرب ٥×٥ اختصاراً بالشكل ٥^{٢}

أو نقول أننا رفعنا العدد ٥ الى القوة الثانية

أي أن القوة الثانية للعدد ٥ هي ٥×٥ = ٥^{٢} ونقرؤها ٥ أس ٢

– وكذلك فحجم المكعب الذي طول حرفه ٧ سم هو ٧×٧ × ٧ سنتيمتر مكعب .

فنرمز لحاصل الضرب ٧ × ٧ × ٧ اختصاراً بالصورة ٧^{٣}

ونقول إن العدد ٧ مرفوع إلى القوة الثالثة ونقرؤها ٧ أس ٣

وهكذا فان القوة الثالثة للعدد ٥ هي ٥^{٣} = ٥×٥×٥= ١٢٥

– والقوة الرابعة للعدد ٣ هي ٣×٣×٣×٣ = ٣^{٤} وتقرأ ٣ أس ٤

– والقوة الخامسة للعدد ب هي ب × ب × ب × ب × ب تكتب اختصاراً ب^{٥} وتقرأ باء أس خمسة .

– وبصورة عامة فان : ﻫ^{د} = ﻫ × ﻫ × ﻫ × ﻫ ... بقدر د من المرات .

والقوة الثالثة للكسر $\frac{٢}{٥}$ هي $\frac{٢}{٥} \times \frac{٢}{٥} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٨}{١٢٥}$ وتكتب

اختصاراً $(\frac{٢}{٥})^{٣}$ وتقرأ $\frac{٢}{٥}$ أس ٣

تنبيه هام :

لاحظ أن $٣^{٢}$ مثلاً تعني $٣ \times ٣ = ٩$ وليس $٣ \times ٢ = ٦$

فعليك الانتباه إلى الفرق بين $٣^{٢}$ ، ٣×٢

ملاحظات :

١ – لاحظ أن : $٣^{١} = ٣$ ، $٥^{١} = ٥$ ، $٢٧^{١} = ٢٧$

٢ – القوة الثانية لعدد تسمى : « مربع العدد » .

فيقال للقوة الثانية للعدد ج « مربع العدد ج » ويقرأ (جيم تربيع) .

فمربع العدد ٥ مثلاً $٥^{٢}$ ويقرأ (خمسة تربيع) .

٣ – القوة الثالثة لعدد تسمى « مكعب العدد » .

مثلاً : $٤^{٣}$ هي مكعب العدد ٤ ويقرأ « أربعة تكعيب »

ومكعب العدد ج هو $ج^{٣}$ وتقرأ « جيم تكعيب » .

٤ – إن : $١٠^{٢} = ١٠ \times ١٠ = ١٠٠$

$١٠^{٣} = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠٠٠$

$١٠^{٤} = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠٠٠٠$

$١٠^{٦} = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠٠٠٠٠٠$

$١٠^{٩} = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠$ ،

١٠ = ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ١٠٠٠ ويدعى المليار .

(لاحظ أن عدد الأصفار يساوي الأس) .

٥ – إن $١^{٢} = ١ ، ١^{٣} = ١ ، ١^{٨} = ١$ وكل قوة للواحد تساوي ١

٦ – إن $٠^{٢} = ٠ ، ٠^{٣} = ٠$ وكل قوة للصفر تساوي الصفر

بند (١٥) ضرب عدة قوى لعدد :

مثال (١) :

اضرب القوة $٢^{٣}$ في القوة $٢^{٥}$

الحـــل :

حاصل الضرب = $٢^{٣} \times ٢^{٥}$

$= ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$

نلاحظ أن عدد العوامل هو ٣ + ٥ = ٨

أي أن $٢^{٣} \times ٢^{٥} = ٢^{٣+٥} = ٢^{٨}$

مثال (٢) :

أوجد حاصل الضرب : $٧^{٤} \times ٧^{٢} \times ٧^{٣}$

الحـــل :

حاصل الضرب = $٧^{٤} \times ٧^{٢} \times ٧^{٣}$

$= ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ = ٧^{٩}$

أي أن $٧^{٤} \times ٧^{٢} \times ٧^{٣} = ٧^{٤+٢+٣} = ٧^{٩}$

نتيجة :

من المثالين السابقين نستنتج القاعدة التالية :

حاصل ضرب عدة قوى لعدد واحد هو قوة لنفس العدد أسها يساوي مجموع أسس القوى المضروبة . (أي أن : $ب^{هـ} \times ب^{ط} = ب^{هـ + ط}$.

تدريب :

١ ــ اكتب المقادير الآتية بشكل قوى :

$٤ \times ٤ \times ٤ = ٤^{٣}$ ، $٧ \times ٧ \times ٧ = ٧^{٣}$

$١٢ \times ١٢ = ١٢^{٢}$ ، $١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠^{٥}$

$٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^{٥}$ ، $\frac{٢}{٣} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٢^{٢}}{٣^{٢}} = (\frac{٢}{٣})^{٢}$

$\frac{٥}{٧} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٥}{٧} = \frac{٥^{٣}}{٧^{٣}} = (\frac{٥}{٧})^{٣}$

$ب \times ب =$

$جـ \times جـ \times جـ \times جـ = ا^{٤} =$

٢ ــ احسب ناتج كل من القوى الآتية :

$٢^{٧}$ ، $٢^{٤}$ ، $٢^{٦}$ ، $٣^{٣}$ ، $٣^{٤}$ ، $١٠^{٤}$ ، $٣^{٤}$ ، $١^{٦}$ ، ٨١ ، ٢٠ ، ٠ ، $١٥^{٢}$ ،

$١٠٠^{٢}$ ، $(\frac{٣}{٥})^{٢}$ ، $(\frac{١}{٢})^{٢}$ ، $(\frac{٢}{٣})^{٣}$ ، $(\frac{١}{٥})^{٣}$ ، $(٠,٣)^{٢}$ ، $(٠,٥)^{٢}$ ،

$(٠,٢٥)^{٢}$ ، $(١,٢)^{٢}$.

٣ ــ اذكر قاعدة ضرب عدة قوى لعدد واحد . هل يمكن تطبيق هذه القاعدة في ضرب $٢^{٣} \times ٥^{٢}$ ؟

٤ ــ اختصر ما يلي (بوضعه في أبسط صورة مثلاً :

$٥^{٣} \times ٥^{٤} \times ٥ = ٥^{٣+٤+١} = ٥^{٨}$) .

$٥^{٣} \times ٥^{٤} \times ٥ =$

$= ٧^{٢} \times ٧^{٣}$

$= ٤^{٢} \times ٥^{٣} \times ٥^{٢}$

$= ٢^{٥} \times ٢^{٤} \times ٢$

$= ١٠^{٢} \times ١٠ \times ١٠^{٤}$

$= ٢^{٦} \times ٢ \times ٣^{٣} \times ٣$

$= ٥^{٤} \times ٥^{٢} \times ٨^{٣}$

$= ٣^{٣} \times ٣^{٢} \times ٧ \times ٧^{٣}$

$= ٣^{٢} \times ٣ \times ١^{٥}$

$= \left(\frac{١}{٣}\right) \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$

$= \left(\frac{٥}{٦}\right)^{٢} \times \left(\frac{٥}{٦}\right)$

$ب^{٦} \times ب^{٥}$

$هـ^{٢} \times ب^{٣} \times هـ^{٥} \times ب^{٢} =$

بند (١٣) قسمة قوتين لعدد :

(إذا كان أس المقسوم أكبر من أس المقسوم عليه) .

مثال (١) :

أوجد حاصل قسمة $٤^{٥}$ على $٤^{٣}$

الحـــل :

$$\frac{٤^{٥}}{٤^{٣}} = \frac{٤ \times ٤ \times ٤ \times ٤ \times ٤}{٤ \times ٤ \times ٤} \quad \text{(وبالاختصار)}$$

$$= ٤ \times ٤$$

$$= ٤^{٢}$$

أي أن $\frac{٤^{٥}}{٤^{٣}} = ٤^{٥-٣} = ٤^{٢}$

مثال (٢) :

وكذلك فإن $\frac{٥^{٨}}{٥^{٢}} = ٥^{٨-٢} = ٥^{٦}$

(تحقق من ذلك كما في المثال السابق) .

نتيجة :

من المثالين السابقين نستنتج أن :

> خارج قسمة قوتي عدد هو قوة لنفس العدد اسمها يساوي حاصل طرح أس المقام من « أس البسط » – على أن يكون أس البسط أكبر من أس المقام –

مثال (٣) .

اقسم $\frac{١١^{٣}}{١١^{٥}}$

الحـــل :

$$\frac{{}^{3}11}{{}^{5}11} = \frac{11 \times 11 \times 11}{11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11} = \frac{1}{11 \times 11} = \frac{1}{{}^{2}11}$$

ملاحظة :

من الأمثلة الثلاثة السابقة نرى أنه عند اختصار قوتين مختلفتين لعدد فإن القوة الأصغر أساً تختصر ويحل محلها ١ ، أما القوة الأكبر أساً فيصغر أسها ويصبح مساوياً الفرق بين الأسين .

تطبيق (١) :

$$\frac{{}^{6}3}{{}^{4}3} = {}^{2}3 = 9 \qquad (\text{أي} = ٧٢٩)$$

تطبيق (٢) :

$$\frac{{}^{7}10}{{}^{9}10} = \frac{1}{{}^{2}10} \qquad (\text{أي} = \frac{1}{100})$$

مثال (٤) :

اقسم $\frac{{}^{3}7}{{}^{3}7}$

الحـــل :

$$\frac{{}^{3}7}{{}^{3}7} = \frac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} \quad \text{وبالاختصار}$$

ملاحظة :

إذا قسمت قوتان متساويتان لعدد كان خارج القسمة مساوياً ١

تطبيق (١) :

اختصر كلاً مما يأتي :

$$\frac{س^{٥}}{س^{٢}} ، \frac{ص^{٢}}{ص^{٢}} ، \frac{ب^{٣}}{ب^{٥}}$$

الحـــل :

$$\frac{س^{٥}}{س^{٢}} = س^{٥-٢} = س^{٣} ، \frac{ص^{٢}}{ص^{٢}} = ١ \text{ (البسط يساوي المقام) ،}$$

$$\frac{ب^{٣}}{ب^{٥}} = \frac{١}{ب^{٥-٣}} = \frac{١}{ب^{٢}}$$

تطبيق (٢) :

اختصر: $\frac{١٢ حـ^{٤}}{١٦ حـ^{٧}} ، \frac{٢٥ب^{٢}ص^{٣}}{١٥ب^{٢}ص}$

الحـــل :

$$\frac{١٢ حـ^{٤}}{١٦ حـ^{٧}} = \frac{٣}{٤ حـ^{٣}} ، \frac{٢٥ب^{٢}ص^{٣}}{١٥ب^{٢}ص} = \frac{٥ص^{٢}}{٣}$$

تدريب :

اختصر ما يأتي الى أبسط قوة :

$$\frac{٣^{٤}}{٣} ، ١٣^{٦} \div ١٣^{٥} ، \frac{٨^{١٣}}{٨^{١٢}} ، \frac{٥^{٢}}{٥^{٣}} ، \frac{٧^{٢}}{٧^{٥}} ، \frac{١١^{٢}}{١١^{٢}}$$

$\frac{ب^{٥}}{ب^{٤}}$ ، $\frac{س^{٢}}{س^{٢}}$ ، $\frac{٥^{٥} \times ٢^{٥}}{٣٥}$ ، $\frac{٩^{٢} \times ٢^{٢}}{١١^{٢}}$ ، $\frac{٧^{٥} \times ٣^{٢}}{٨٧}$

بند (١٤) قوة كسر :

مثال (١) :

احسب $(\frac{٧}{٩})^{٣}$

الحل :

$(\frac{٧}{٩})^{٣} = \frac{٧}{٩} \times \frac{٧}{٩} \times \frac{٧}{٩}$

$= \frac{٧ \times ٧ \times ٧}{٩ \times ٩ \times ٩} = \frac{٣^{٧}}{٣^{٩}} (\frac{٣٤٣}{٧٢٩} ج)$

مثال (٢) :

$(\frac{١}{٣})^{٤} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣}$

$= \frac{١}{٣^{٤}}$

∴ عند رفع كسر إلى قوة فإننا نرفع كلا من بسطه ومقامه إلى تلك القوة

مثلاً :

$(\frac{٨}{٥})^{٤} = \frac{٨^{٤}}{٥^{٤}}$

تدريب :

١ – احسب قيمة كل من القوى الآتية :

$$(\frac{١}{٥})^{٣}، (\frac{٢}{٣})^{٢}، (\frac{١}{٢})^{٦}$$

٢ – اختصر كلا مما يلي :

$$\frac{٣^{٢}}{٣^{٥}} \times (\frac{٥}{٣})^{٢} ٩^{٢} \times (\frac{١}{٩})^{٢}$$

٣ – أوجد ناتج كل مما يلي :

$$(\frac{ب}{حـ})^{٥}، (\frac{ب}{حـ})^{٢} \times \frac{حـ^{٢}}{ب^{٥}}$$

٤ – اختصر ما يلي :

$$\frac{٧ب^{٣} \times ٢٠ حـ^{٥}}{٣٥ حـ^{٣}} ، \frac{٢٤ س}{١٥ س} \times \frac{١٨ ص^{٢}}{ص^{٣}}$$



الباب الثالث

الجذر التربيعي والجذر التكعيبي

بند (٢٧) الجذر التربيعي :

■ – إذا كانت مساحة مربع تساوي ٢٥ سم^{٢} فما هو طول ضلعه ؟

نعلم أن مساحة المربع = (الضلع)^{٢} فطول ضلع المربع الذي مساحته :

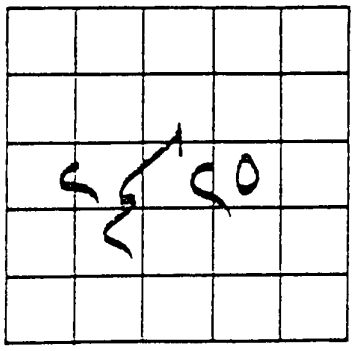
٢٥ سم^{٢} هو ٥ سم (لأن ٥^{٢} = ٢٥) .

– وهكذا فطول ضلع المربع الذي مساحته :

٣٦ سم^{٢} هو ٦ سم (لماذا) ؟

– وطول ضلع أي مربع علمت مساحته (بوحدة طول مربعة) هو عدد (من وحدات الطول) مربعه يساوي تلك المساحة .

شكل (١)



العدد الذي مربعه ٢٥ يسمى : الجذر التربيعي للعدد ٢٥

ويرمز له بالصورة $\sqrt{٢٥}$

وهو يساوي ٥ لأن $٥^{٢} = ٢٥$

$\therefore \sqrt{٢٥} = ٥$

وتسمى الاشارة $\sqrt{\ }$ إشارة الجذر ويدعى العدد الذي نضعه تحتها (العدد المجذور) وتدل إشارة $\sqrt{\ }$ على حرف ج من كلمة جذر ويستعمل هذا الرمز العربي لدى كافة الأمم .

∴ الجذر التربيعي لعدد هو عدد آخر مربعه يساوي العدد المجذور

مثلاً : $\sqrt{١٦} = ٤$ (لماذا) ؟

تدريب :

املأ الفراغ فيما يلي :

$\sqrt{٩} = \ldots$	$\sqrt{١٠٠} = \ldots$	$\sqrt{\text{مساحة المربع}} = \ldots$
$\sqrt{\ldots} = ٢$	$\sqrt{١} = \ldots$	$\sqrt{١٠٠٠٠} = \ldots$
$\sqrt{٦٤} = \ldots$	$\sqrt{٠} = \ldots$	$\sqrt{\ldots} = ١٢$

بند (٢٨) المربع الكامل :

إذا كتبنا مربعات سلسلة الأعداد الصحيحة : ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ١٢ ، ...

نجد أنها : ١ ، ٤ ، ٩ ، ... ، ١٤٤ ، ...

وكل من هذه الأعداد يسمى « مربعاً كاملاً » لأنه يمكن تمثيله بالرسم بمساحة مربع كما ورد في الشكل (١) بالنسبة للعدد ٢٥ : ويكون جذره التربيعي عدداً صحيحاً .

مثلا : ٢٢٥ مربع كامل (هو مربع العدد ١٥) .

وجذره التربيعي $\sqrt{٢٢٥} = ١٥$

بند (٢٩) ايجاد الجذر التربيعي لمربع كامل :

مثال (١) :

أحسب $\sqrt{٨١}$

الحل :

نعلم أن $\sqrt{٨١} = ٩$ لأن $٩^{٢} = ٨١$

وإذا حللنا العدد المجذور (٨١) الى عوامله الأولية نجد $٨١ = ٣^{٤}$

أما جذره التربيعي فهو : $٩ = ٣^{٢}$

لاحظ أن :

أس الجذر التربيعي يساوي نصف أس المقدار المجذور .

مثال (٢) :

أحسب الجذر التربيعي للعدد ١٤٤

الحل :

تعلم أن $\sqrt{١٤٤} = ١٢$ (لماذا) ؟

لاحظ أن :

$١٤٤ = ٢^{٤} \times ٣^{٢}$

وأن $\sqrt{١٤٤} = ١٢ = ٢^{٢} \times ٣$

∴ فالجذر التربيعي لمقدار يتألف من عوامل ذلك المقدار بعد قسمة أس كل منها على ٢ .

مثال (٣) :

أحسب الجذر التربيعي للكسر $\frac{٢٥}{١٦}$

الحل :

نعلم أن $\frac{٢٥}{١٦} = \frac{٥}{٤} \times \frac{٥}{٤} = \frac{٥}{٤}$ أو $\frac{٥}{٤} \times \frac{٥}{٤} = \frac{٥^{٢}}{٤^{٢}}$

$$\therefore \sqrt{\frac{٢٥}{١٦}} = \sqrt{\frac{٥^{٢}}{٤^{٢}}} = \frac{٥}{٤}$$

لكن الكسر المجذور هو : $\frac{٢٥}{١٦} = \frac{٥^{٢}}{٤^{٢}}$

وجذره التربيعي هو : $\sqrt{\frac{٥^{٢}}{٤^{٢}}} = \frac{٥}{٤} = \frac{٥}{٢^{٢}}$

فعند إيجاد الجذر التربيعي لمقدار كسري نلاحظ أن الأس في كل من عوامل البسط والمقام قد قسم على ٢

نتائج :

مما سبق نستنتج ما يلي :

١ – الجذر التربيعي لحاصل ضرب عدة أعداد ذات أسس زوجية يساوي حاصل ضرب هذه الأعداد بعد تقسيم أس كل منها على ٢

مثلاً : الجذر التربيعي للمقدار $٢^{٤} \times ٣^{٢} = ٢^{٢} \times ٣$

٢ – الجذر التربيعي لخارج قسمة مقادير ذات قوى زوجية يساوي خارج قسمة تلك المقادير بعد جعل كل من الأسس نصف ما كان عليه .

مثلاً : المقدار $\frac{٢^{٤}}{٧^{٢}}$ جذره التربيعي هو $\frac{٢^{٢}}{٧}$

٣ – قاعدة :

« لإيجاد الجذر التربيعي لعدد نحلله الى عوامله الأولية ونكتبه بشكل حاصل ضرب قوى لتلك العوامل . فإذا كانت الأسس كلها زوجية فجذره التربيعي هو حاصل ضرب تلك العوامل بعد قسمة أس كل منها على ٢ » .

تطبيق (١) :

أحسب محيط مربع مساحته ١١٠٢٥ م^{٢}

الحل :

ضلع المربع = $\sqrt{\text{مساحته}}$

= $\sqrt{١١٠٢٥}$ م

لكن ١١٠٢٥ = $٣^{٢} \times ٥^{٢} \times ٧^{٢}$

$\therefore \sqrt{١١٠٢٥} = ٣ \times ٥ \times ٧$

(قسمنا كل أس على ٢)

= ١٠٥

فضلع المربع = ١٠٥ م

ومحيطه = ١٠٥ × ٤ = ٤٢٠ م

١١٠٢٥	٣
٣٦٧٥	٣
١٢٢٥	٥
٢٤٥	٥
٤٩	٧
٧	٧
١	

تطبيق (٢) :

أحسب $\sqrt{\frac{٦٢٥}{٣٢٤}}$

الحـــل :

نحلل كلا من البسط والمقام الى عوامله الأولية فنجد :

$$\frac{٦٢٥}{٣٢٤} = \frac{٥^{٤}}{٢^{٢} \times ٣^{٤}}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{٦٢٥}{٣٢٤}} = \frac{٥^{٢}}{٢ \times ٣^{٢}} \quad (\text{قسمنا كلا من الأس على } ٢)$$

$$= \frac{٢٥}{١٨}$$

تطبيق (٣) :

أحسب $\sqrt{٤٫٤١}$

الحل :

نحول الكسر العشري الى اعتيادي فنجد $٤٫٤١ = \frac{٤٤١}{١٠٠}$

لكن $\frac{٤٤١}{١٠٠} = \frac{٣^{٢} \times ٧^{٢}}{١٠^{٢}}$

$$\therefore \sqrt{\frac{٤٤١}{١٠٠}} = \frac{٣ \times ٧}{١٠}$$

أي أن $\sqrt{٤٫٤١} = \frac{٢١}{١٠} = ٢٫١$

تطبيق (٤) :

أحسب نصف قطر دائرة مساحتها ٦١٦ سم^{٢} (اعتبر ط = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحـــل :

∵ مساحـــة الدائرة = ط × مربع نصف القطر

∴ مربع نصف القطر = مساحة الدائرة ÷ ط

$= ٦١٦ \div \frac{٢٢}{٧} = ٦١٦ \times \frac{٧}{٢٢}$

$= ١٩٦$

$= ٢^{٢} \times ٧^{٢}$

∴ نصف القـــطر $= ٢ \times ٧ = ١٤$ سم

تدريب :

١ – أحسب الجذر التربيعي لكل من الأعداد : ٦٤ ، ١٠٠ ، ٤٨٤ ، ٩٠٠ ، ٩٨٠١

٢ – أحسب الجذر التربيعي لـكل من المقادير الكسرية :

أ) $\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{١}{٢٥}$ ، $\frac{١٩٦}{٢٢٥}$ ، ٠,٠٩ ، ١,٤٤

٣ – أحسب محيط مربع مساحته ٦,٩٦٩٦ م^{٢}

٤ – أحسب محيط دائرة مساحتها ٢٨,٢٦ سم^{٢} (اعتبر ط = ٣,١٤)

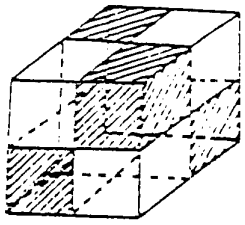
بند (٣٠) : الجذر التكعيبي :

ـ أوجد طول حرف مكعب حجمه ٨ سم^{٣} . انه الطول الذي مكعبه ٨ سم^{٣} فهو إذاً ٢ سم .

ـ يسمى العدد ٢ الجذر التكعيبي للعدد ٨

وبصورة عامة :

الجذر التكعيبي لعدد هو عدد مكعبه يساوي العدد الجذور



شكل (٢)

فالجذر التكعيبي للعدد ١٢٥ هو ٥ لأن مكعب العدد ٥ يساوي ١٢٥

ونرمز للجذر التكعيبي للعدد ١٢٥ بالصورة $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

والجذر التكعيبي للعدد ١٠٠٠ هو ١٠ لماذا ؟

أي أن $\sqrt[٣]{١٠٠٠} = ١٠$

ويسمى الرقم ٣ الذي يسجل فوق الطرف الأيمن لإشارة الجذر « دليل الجذر » .

[ويلاحظ أن الجذر التربيعي لم تشفع إشارته بدليل ، ويعتبر دليل الجذر التربيعي ٢ لكنه يحذف لمعرفته ضمناً ، أما دليل الجذر التكعيبي فلا بد من كتابته] .

بند (٣١) : إيجاد الجذر التكعيبي لعدد :

مثال (١) :

أحسب $\sqrt[3]{٦٤}$

الحل :

$\sqrt[3]{٦٤} = ٤$ لأن $٤^{٣} = ٦٤$

لاحظ أن العدد المجذور هو $٦٤ = ٢^{٦}$

وأن جذره التكعيبي هو $٤ = ٢^{٢}$

أي أن الأس للجذر التكعيبي يساوي ثلث الأس للمقدار المجذور .

مثال (٢) :

أحسب $\sqrt[3]{٨٠٠٠}$

الحل :

إن $\sqrt[3]{٨٠٠٠} = ٢٠$ (لأن $٢٠^{٣} = ٢٠ \times ٢٠ \times ٢٠ = ٨٠٠٠$)

ولو حللنا العدد المجذور ٨٠٠٠ لوجدنا $٨٠٠٠ = ٢^{٦} \times ٥^{٣}$

ولو حللنا جذره التكعيبي ٢٠ لوجدنا $٢٠ = ٢^{٢} \times ٥$

فنلاحظ أن كلا من أسي العاملين للعدد ٨٠٠٠ قد قسم على ٣

نلاحظ مما سبق : أننا نحصل على الجذر التكعيبي لحاصل ضرب القوتين بقسمة أس كل منهما على ٣ فنستنتج القاعدة التالية :

« لإيجاد الجذر التكعيبي لعدد نحلله الى عوامله الأولية ونكتبه بشكل حاصل ضرب عدة قوى . فإذا كانت الأسس جميعاً تقبل القسمة على ٣ فاننا نضرب تلك العوامل بعد رفع كل منها الى قوة أسها ثلث الأس السابق » .

تطبيق (١) :

أحسب طول حرف مكعب حجمه ٢٧٤٤ سم^{٣} .

الحل :

في المكعب :

∵ الحجم يساوي مكعب الحرف ، فالحرف هو الجذر التكعيبي للحجم

∴ طول الحرف = $\sqrt[٣]{٢٧٤٤}$

نحلل ٢٧٤٤ فنجد $٢٧٤٤ = ٢^{٣} \times ٧^{٣}$

وبقسمة كل من الأسس على ٣ يكون : $\sqrt[٣]{٢٧٤٤} = ٢ \times ٧ = ١٤$

فطول حرف المكعب = ١٤ سم

تطبيق (٢) :

أحسب قيمة ما يلي : $\sqrt[٣]{١٢٥} + \sqrt{٦٤}\sqrt{٧}$

الحل :

إن $١٢٥ = ٥^{٣}$ ∴ $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

كما أن $\sqrt{٦٤} = ٨$ ∴ $\sqrt{٦٤}\sqrt{٧} = ٧ \times ٨$

∴ المقدار $\sqrt[٣]{١٢٥} + \sqrt{٦٤}\sqrt{٧} = ٥ + ٧ \times ٨ = ٦١$

تطبيق (٣) :

أحسب $\sqrt[٣]{\frac{٢١٦}{١٢٥}}$

الحـــل :

$\frac{٢١٦}{١٢٥} = \frac{٣٢ \times ٣٣}{٣٥}$ وبقسمة كل من الأسس على ٣ يكون :

$\sqrt[٣]{\frac{٢١٦}{١٢٥}} = \frac{٢ \times ٣}{٥} = \frac{٦}{٥}$.

ونلاحظ أنه : لإيجاد الجذر التكعيبي لكسر اعتيادي نحلل كلاً من حديه ثم نقسم الأسس على ٣

تطبيق (٤) :

أحسب طول حرف مكعب حجمه ٤٢,٨٧٥ م^{٣}

الحـــل :

حرف المكعب = الجذر التكعيبي لحجمه لذلك نحـــول الحجم الى كسر اعتيادي أولاً :

$٤٢,٨٧٥ = \frac{٤٢,٨٧٥}{١٠٠٠}$

$= \frac{٣٥ \times ٣٧}{٣١٠}$

٤٢٨٧٥	٥
٨٥٧٥	٥
١٧١٥	٥
٣٤٣	٧
٤٩	٧
٧	٧
١	

فطول حرف المكعب = $\sqrt[٣]{٤٢,٨٧٥}$

$$\frac{٧}{٢} = \frac{٧ \times ٥}{١٠} =$$

$$= ٣,٥ \text{ م}$$

تدريب :

١ ـ أحسب ذهنياً الجذر التكعيبي لكل من الأعداد الآتية :

$$٦٤٠٠٠٠٠٠٠ ، ١٠٠٠٠٠٠٠ ، ٠ ، \frac{١}{٨} ، \frac{٨}{٢٧}$$

٢ ـ أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد :

$$٢٧٤٤ ، ١٠٦٤٨ ، ١\frac{١٢٥}{٨٢٤} ، ٠,٠٢٧ ، ١,٧٢٨ ، ٠,١٢٥$$

٣ ـ أحسب قيمة كل من المقادير :

$$\sqrt[٣]{١٢٥} \div ٢ \sqrt[٣]{٦٤} ، ٥ \sqrt[٣]{٣٤٣} - ٢ \sqrt{١٤٤}$$

تمارين

١ ـ أحسب محيط مربع مساحته ٤٤١ دسم٢ .

٢ ـ أيهما أكبر : بمكعب مساحته الكلية ١١٧٦ سم٢ أم مكعب حجمه ٣٣٧٥ سم٣ ؟ وما طول حرف كل منهما ؟

٣ ـ أحسب قيمة المقادير : $\frac{\sqrt{١٤٤}}{٥}$ ، $\frac{١}{٢} \sqrt{٢٢٥}$ ، $\sqrt{\frac{٣٦}{١٢٢٥}}$

$$\frac{١}{٤} \sqrt[٣]{٦٤} ، ١ \div \sqrt{١} ، ٢ \sqrt[٣]{٣٣٧٥} - ٣ \sqrt[٣]{٥١٢} ، \frac{\sqrt[٣]{١٠٠٠}}{\sqrt{١٢١}}$$

$$٣ \sqrt{٨١} \div ٥ \sqrt{٨١} \div ٧ \sqrt{٨١} ، ٤٠ \sqrt[٣]{٤٠٩٦} - ٣٨ \sqrt[٣]{٤٠٩٦} ، \frac{٦ - \sqrt{٤٠٠}}{\sqrt[٣]{٢١٦}}$$

المتوسط الحسابي

بند (٣٢) المعدل أو المتوسط الحسابي :

■ في بستان عبد الرحمن ٣ أشجار رمان بلغ محصولها في إحدى السنوات : ٤٥ كغم ، ٦٠ كغم ، ٥١ كغم .

فمجموع محصول الأشجار الثلاثة ٤٥ + ٦٠ + ٥١ = ١٥٦ كغم .

أي ان معدل محصول الشجرة الواحدة يساوي ١٥٦ ÷ ٣ = ٥٢ كغم .
فكأنما كان محصول كل شجرة ٥٢ كغم .
وبعبارة أخرى : المتوسط الحسابي لمحصول الشجرة ٥٢ كغم .

■ يأخذ عمار من والده في كل يوم بضعة قروش ينفق منها قسماً ويوفر الباقي . فاذا أخذ في أيام الأسبوع الماضي المبالغ الآتية :

١٠ قروش ، ١٤ قرشاً ، ٨ قروش ، ١٢ قرشاً ، ١٥ قرشاً ، ٦ قروش ، ١٢ قرشاً فما معدل ما أخذه في اليوم ؟

إن مجموع ما أخذه في الأسبوع = ١٠ + ١٤ + ٨ + ١٢ + ١٥ + ٦ + ١٢ = ٧٧ قرشاً .

فمعدل ما أخذه عمار في اليوم = ٧٧ ÷ ٧ = ١١ قرشاً .

أو المتوسط الحسابي لما أخذه في اليوم ١١ قرشاً .

∴ المعدل أو المتوسط الحسابي لعدة مقادير = مجموع المقادير / عددها

■ إذا أردت حساب متوسط أعمار أصدقائك الأربعة وهي ١٣ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٥ سنة فانك تجمع أعمارهم ١٣ + ١٢ + ١٤ + ١٥ = ٥٤ سنة وتقسم الناتج على عددهم وهو (٤) .

فنقول ٥٤ ÷ ٤ = ١٣ ١/٢ سنة .

أو تكتب مباشرة :

$$\text{المتوسط الحسابي لعمر الأصدقاء} = \frac{١٣ + ١٢ + ١٤ + ١٥}{٤}$$

$$= \frac{٥٤}{٤} = ١٣\frac{١}{٢} \text{ سنة}$$

● اشترى حازم ١٢ دجاجة بأسعار مختلفة فكان معدل ثمن الدجاجة ٤,٥ ريال . فكم اشترى الدجاجات جميعها ؟

إن أسعار الدجاجات مختلفة ، ولكن إذا اعتبرنا أن ثمن كل منها ٤,٥ ريال (أي مساوياً المعدل) فان مجموع أثمانها = ٤,٥ × ١٢

= ٥٤ ريالاً

وهكذا فان :

مجموع عدة مقادير = المتوسط الحسابي لها × عددها

مثال (١) :

اشترى تاجر ٥٠ ساعة . باع منها ٢٠ ساعة فكان معدل ثمن بيع الواحدة ٦٥ ريالاً . ثم باع الباقي فوجد أن متوسط ثمن مبيع الساعات الخمسين بلغ ٦٨ ريالاً . فما متوسط ثمن مبيع الساعات التي بيعت أخيراً ؟

الحـــل :

ثمن مبيع الساعات العشرين الأولى = ٦٥ × ٢٠ = ١٣٠٠ ريال

ثمن مبيع الساعات الخمسين = ٦٨ × ٥٠ = ٣٤٠٠ ريال

∴ مبيع الساعات الثلاثين الأخيرة = ٣٤٠٠ − ١٣٠٠ = ٢١٠٠ ريال

ومتوسط ثمن الساعة مما باعه أخيراً = $\frac{٢١٠٠}{٣٠}$ = ٧٠ ريالاً

مثال (٢) :

أعلن مدير المدرسة نتيجة التبرع بمشروع (ادفع ريالاً تنقذ عربياً) في هذا الشهر فكان كما يلي : متوسط ما تبرع به الطالب ٢,٦٥ ريال ، والمدرس ١٨,٧ ريال ، والمراقب ١٠,٩ ريال .

ومجموع ما جمع من الفراشين ١٠ ريالات . فبلغ ما قدمته المدرسة ٩٨٥ ريالاً . فاذا كان في المدرسة ٢٢٤ طالباً و ١٥ مدرساً و ٥ مراقبين عدا الفراشين والمدير ومساعده فما معدل ما تبرع به الأخيران ؟

الحـــل :

مجموع تبرعات الطلاب = ٢,٦٥ × ٢٢٤ = ٥٩٣,٦ ريال

مجموع تبرعات المدرسين = ١٨,٧ × ١٥ = ٢٨٠,٥ ريال

مجموع تبرعات المراقبين = ١٠,٩ × ٥ = ٥٤,٥ ريال

مجموع تبرعات المدرسة عدا المدير ومساعده = ٥٩٣,٦ + ٢٨٠,٥ + ٥٤,٥
+ ١٠ = ٩٣٨,٦ ريال .

مقدار ما تبرع به المدير ومساعده = ٩٨٥ − ٩٣٨,٦ = ٤٦,٤ ريال

متوسط ما تبرع به المدير ومساعده = $\frac{٤٦,٤}{٢}$ = ٢٣,٢ ريال .

مثال (٣) :

مبلغان متوسطها الحسابي ٢٠ ريالاً ، وأكبرهما يزيد على أصغرهما بمقدار ٦ ريالات . فما هما المبلغان ؟

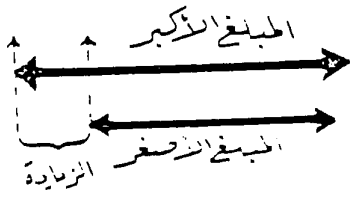
الحـــل :

مجموع المبلغين ٢٠ × ٢ = ٤٠ ريالاً

ضعفا الأصغر = ٤٠ − ٦ = ٣٤ ريالاً

المبلغ الأصغر = ٣٤ ÷ ٢ = ١٧ ريالاً

المبلغ الأكبر = ١٧ + ٦ = ٢٣ ريالاً



شكل (٣)

مثال (٤) :

خمسة أعداد متوسطها الحسابي ١٩,٤ ، والمتوسط الحسابي للثلاثة الأولى منها ١٨ وللثلاثة الأخيرة منها ٢٦ فما هو العدد الثالث ؟ وإذا كان الأول يزيد ٣ عن الثاني فاحسب كلا منهما .

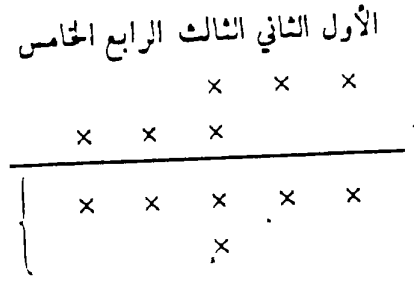
الحـــل :

مجموع الأعداد الخمسة = ١٩,٤ × ٥ = ٩٧

مجموع الأعداد الثلاثة الأولى = ١٨ × ٣ = ٥٤

مجموع الأعداد الثلاثة الأخيرة = ٢٦ × ٣ = ٧٨

فاذا جمعنا الناتجين الأخيرين ٥٤ ÷ ٧٨ ينتج مجموع الأعـــداد الخمسة مع تكرار العدد الثالث مرتين لاحظ (شكل ٤)



(الشكل ٤)

أي أن ٥٤ ÷ ٧٨ = ١٣٢ هو مجموع الأعداد الخمسة بالاضافة الى الثالث مكرراً .

فالثالث = ١٣٢ – ٩٧ = ٣٥

مجموع الأول والثاني = مجموع الثلاثة الأولى – الثالث

= ٥٤ – ٣٥ = ١٩

ضعفا الثاني = ١٩ – ٣ = ١٦

الثاني = ١٦ ÷ ٢ = ٨

الأول = ٨ ÷ ٣ = ١١

مثال (٥) :

بلغ عدد المشاهدين في ملعب كرة القدم بالرياض خـــلال أربع مباريات ودية :

٨٤٥٢ ، ٨٤٠٧ ، ٨٤٢١ ، ٨٥٠٠ مشاهداً . فما متوسط عدد المشاهدين في تلك المباريات ؟

الحل :

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{٨٤٥٢ + ٨٤٠٧ + ٨٤٢١ + ٨٥٠٠}{٤}$$

$$= \frac{٣٣٧٨٠}{٤} = ٨٤٤٥ \text{ مشاهداً}$$

ملاحظة :

نلاحظ في المثال (٥) أن الأعداد جميعاً تشترك في المقدار ٨٤٠٠ وتزيد عنه ، على الترتيب بما يلي :

٥٢ ، ٧ ، ٢١ ، ١٠٠

فلو حسبنا المتوسط الحسابي لهذه الزيادات لوجدنا أنه $\frac{٥٢ + ٧ + ٢١ + ١٠٠}{٤}$

$$= \frac{١٨٠}{٤} = ٤٥$$

وإذا أضفناه الى المقدار المشترك ٨٤٠٠ لوجدنا أن المتوسط الحسابي هو ٨٤٤٥ مشاهداً (نسمي هذه الطريقة : طريقة الانحرافات) .

تمارين

١ ـ احسب المتوسط الحسابي لكل من رمز الأعداد الآتية ذهنياً :

(١٢ ، ١٥ ، ٣ ، ١٤) ، (٧ ، ٢٤ ، ٨) ، (١٠٠ ، ٢٥٠ ، ١٥٠ ، ٣٠٠) .

٢ – احسب المتوسط الحسابي لكل من زمر الأعداد الآتية :

(١٨,٠٦ ، ٣٥,٨ ، ٦,١٤) ، (١٨,٧٨ ، ٣,١٢ ، ٢٥ ، ٤,١)

($٢\frac{٢}{٣}$ ، $٥\frac{١}{٢}$ ، $٧\frac{١}{٢}$) ، ($\frac{١}{٧}$ ، $\frac{٣}{١٤}$ ، $\frac{٥}{٤٩}$) ،

(٩ ، ٨ ، ١٧ ، ٤ ، ٣ ، ٢,٥) .

(١٤٦٥٢ ، ١٤٦٢٠ ، ١٤٦١٨ ، ١٤٧٠٠ ، ١٤٦٨٠) ،

($\sqrt{٩٧٣,٤٤}$ ، $١٩\frac{٢}{٥}$) .

٣ – خصص مدير المدرسة جائزتين للطالبين المتفوقين : أولاهما لمن ينال أعلى درجة في العلوم الدينية . والأخرى لمن ينال أفضل معدل في المواد الأخرى (اللغة العربية ، المواد الاجتماعية ، الرياضيات ، العلوم ، اللغة الانجليزية) .

وقد كانت أفضل الدرجات في الجدول الآتي :

الاسم	الدين	اللغة العربية	المواد الاجتماعية	الرياضيات	العلوم	الانجليزية
عبد الله	٨٠	٧٥	٦٢	٩٠	٨٣	٧٥
محمد	٩٥	٦٧	٨٤	٧٢	٦٥	٨٥
محمود	٨٤	٩٤	٦٥	٨٣	٦٨	٦٢
هشام	٨٦	٧٥	٩٢	٧٦	٦٥	٨٧

أذكر اسمي الفائزين بالجائزتين مع بيان السبب :

٤ – بلغت درجة الحرارة العظمى في أيام أحد الأسابيع : ٣٥ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٥ ، فما المتوسط الحسابي لدرجة الحرارة العظمى في أيام هذا الأسبوع ؟

٥ – المتوسط الحسابي لستة أعداد يساوي ٢١ والمتوسط الحسابي للأعداد الخمسة الأولى منها يساوي ٢٠,٤ فما هو العدد السادس ؟

٦ – خمسة أعداد : المتوسط الحسابي للأربعين منها ١٥,٧٥ وللثلاثة الأخيرة ١٨ وللأربعة الأخيرة ١٧ والمطلوب حساب العدد الأول والثاني .

٧ – أوجد المتوسط الحسابي لحجوم ٤ مكعبات أطوال أحرفها ٤ سم ، ٦ سم ، ٣,٥ سم ، ٥,٥ سم .

٨ – متوسط عمر نزار وأحمد ٣٧ سنة . ومتوسط عمر أحمد ومحمد ٤٢ سنة ومتوسط عمر محمد ونزار ٤١ سنة فما عمر كل منهم ؟

٩ – ٢٢ جندياً ، متوسط ما مع كل منهم من الماء ٠,٧٥ ل . وقد انضم إليهم ٣ جنود ليس معهم شيء . فكم أصبح متوسط ما مع الجندي من الماء ؟

١٠ – شركة فيها ٣٩ موظفاً متوسط راتبهم الشهري ٧٠٠ ريال . وفيها ٨ مستخدمين متوسط راتبهم الشهري ٣٢٠ ريالاً ، وراتب أحدهم ٤١٨ ريال وقد نال هذا المستخدم شهادة الكفاءة فعين موظفاً براتب شهري قدره ٥٤٠ ريالاً أحسب بعد هذا الانتقال :

١) متوسط الراتب الشهري لكل موظف .

٢) متوسط الراتب الشهري لكل مستخدم .

١١ – قرأت رجاء في الاسبوع الاول من رمضان ٦٢ صفحة من القرآن الكريم ، وفي الاسبوع الثاني ٤٥ صفحة ، وفي الثالث ١٠٦ صفحات ، وفي الرابع ١٩٠ صفحة ، وفي اليومين الأخيرين ٨٠ صفحة . فكم كان عدد أيام شهر رمضان في ذلك العام ؟ وكم صفحة قرأت وسطياً في كل يوم منه ؟

١٢ – سبعة أعداد متوسطها الحسابي ١٠ ، والمتوسط الحسابي للأعداد

الأربعة الأولى منها ١١,٥ وللأعداد الأربعة الأخيرة منهـــا ٧,٢٥ أحسب : ١) العدد الرابع . ٢) المتوسط الحسابي للأعداد الثلاثة الأولى . ٣) المتوسط الحسابي للأعداد الثلاثة الأخيرة .

١٣ – ٤ أعداد متوسطها الحسابي ١٧ . فـــاذا أضفنا للأول ٦ وللثاني ٤ وللثالث ٥ وللرابع ٣ فكم يصبح المتوسط الحسابي للأعداد الجديدة ؟

١٤ – ستة أعداد متوسطها الحسابي ١٠ ، فاذا ضرب كل من هذه الأعداد في ٣ فكم يصبح المتوسط الحسابي للأعداد الناتجة ؟

١٥ – أخذ مازن يشتري خرفاناً حتى بلغ عددها ١٠٠ خروف ، فوجد عندئذ أن متوسط ثمن الخروف ٤٠ ريالاً . ثم استمر في الشراء حتى أصبح لديه ٢٦٠ خروفاً ، وعندئذ أصبح معـــدل ثمن الخروف ٤٢ ريالاً . فما متوسط ثمن شراء الخرفان المئة والستين الأخيرة ؟

بعض تطبيقات المتوسط الحسابي

١ ــ السرعة المنتظمة والسرعة المتوسطة

تمهيد :

عندما نقول إن سيارة قطعت الطريق من مكة المكرمة الى المدينة المنورة وطوله ٤٥٠ كم بمدة ٦ ساعات ، فان أول ما يخطر ببالنا ونتساءل عنه : ترى كم قطعت في الساعة ؟

فلو كانت تسير بانتظام لقطعت ٤٥٠ ÷ ٦ = ٧٥ كم في الساعة ويقال عندئذ أن سرعتها المنتظمة هي ٧٥ كم / سا .

والواقع أنها لايمكن أن تسير بانتظام لأن سرعتها تتغير باستمرار تبعاً لظروف الطريق وما فيه من مرتفعات ومنحدرات ومنعطفات وازدحام ولهذا فعندما تقطع السيارة هذا الطريق بسرعة متغيرة وبمدة ٦ ساعات مثلاً فاننا نقول : ان سرعتها المتوسطة هي ٧٥ كم / سا .

ينتج من ذلك :

١ ــ إن أي متحرك يسير بسرعة منتظمة فإنه يقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية .

٢ ــ إن السرعة المنتظمة لا يمكن تحقيقها عملياً لذلك فإننا نستعمل دوماً السرعة المتوسطة .

بند (٣٣) :

مثال (١) :

قطعت سيارة في سفرها من جدة الى تبوك : ٣٢٨ كم في الساعات الأربع الأولى ، ٢٦٧ كم في الساعات التسع التالية ، ٥١٥ كم في الساعات السبع عشرة التالية . فما هو معدل ما قطعته السيارة في الساعة ؟

الحـــل :

مجموع المسافات المقطوعة : ٣٢٨ + ٢٦٧ + ٥١٥ = ١١١٠ كم .

مجموع الأزمنة التي استغرقت في قطع تلـــك المسافة = ٤ + ٩ + ١٧ = ٣٠ ساعة .

$$\text{معدل ما تقطعه السيارة في الساعة} = \frac{\text{مجموع المسافات المقطوعة}}{\text{مجموع الأزمنة اللازمة لقطعها}}$$

$$= \frac{١١١٠}{٣٠} = ٣٧ \text{ كم}$$

ونقول إن السرعة المتوسطة للسيـــارة هي ٣٧ كيلومتراً في الساعة (أو بطريقة مختصرة ٣٧ كم / سا) .

نتيجة :

من المثال السابق ينتج :

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{زمن قطعها}}$$

ولو رمزنا للمسافة بالحرف (ف) وللسرعة بالحرف (ع) وللزمن بالحرف (ز)

لكان : ع = $\frac{ف}{ز}$

مثال (٢) :

أقلعت طائرة من جدة فوصلت الى الرياض بعد ساعة و ١٠ دقائق ، ثم طارت بعد ١٤ دقيقة نحو الدمام فقطعت المسافة بينهما بمدة ٤٠ دقيقة فاذا كانت المسافة في اتجاه مباشر بين جدة والرياض ٨٤٠ كم وبين الرياض والدمام ٤٠٠ كم فأحسب :

١) السرعة المتوسطة للطائرة بين جدة والرياض .

٢) السرعة المتوسطة للطائرة بين الرياض والدمام .

٣) السرعة المتوسطة للطائرة في سفرها بين جدة والدمام .

الحل :

السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$

السرعة المتوسطة للطائرة بين جدة والرياض = $\frac{٨٤٠ \text{ كم}}{٧٠ \text{ د}}$ = ١٢ كم في الدقيقة

السرعة المتوسطة للطائرة بين الرياض والدمام = $\frac{٤٠٠}{٤٠}$ = ١٠ كم في الدقيقة

أما بين جدة والدمام فقد قطعت الطائرة مسافة قدرها ٨٤٠ + ٤٠٠ = ١٢٤٠ كم .

في مدة قدرها ٧٠ + ١٤ + ٤٠ = ١٢٤ د

فالسرعة المتوسطة بين جدة والدمام = $\frac{١٢٤٠}{١٢٤}$ = ١٠ كم في الدقيقة .

ملاحظة :

عندما تقطع سيارة ٣٥٠٠ متراً في ٥ دقائق نقول إن سرعتها ٣٥٠٠ ÷ ٥ = ٧٠٠ متراً في الدقيقة نكتبها اختصاراً ٧٠٠ م / د

وإذا كانت السرعة ٨٠ سم في الثانية نكتبها ٨٠ سم / ث ، وإذا كانت سرعة باخرة ١٥ ميلاً في الساعة نكتبها ١٥ ميل / سا ... وهكذا ...

مثال (٣) :

إذا كانت سرعة طائرة بين جدة والرياض هي ١٣ كم / د فما هي سرعتها مقدرة بالكيلومتر في الساعة ؟

الحـــل :

إن الطائرة تقطع ١٣ كم في دقيقة

فهي تقطع في الساعة ١٣ × ٦٠ = ٧٨٠ كم

أي أن سرعتها ٧٨٠ كم / سا .

مثال (٤) :

قطعت باخرة ٦٢,٥ ميلاً بحرياً في ٢,٥ ساعة ، وقطع زورق (لنش) ١٦ ميلاً في نصف ساعة . فأيهما أسرع ؟ وما هي المسافة التي يقطعها الزورق في ٤ ساعات ؟

الحـــل :

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

$$\text{السرعة المتوسطة للباخرة} = \frac{٦٢,٥}{٢,٥} = \frac{٦٢٥}{٢٥} = ٢٥ \text{ ميل / سا}$$

$$\text{السرعة المتوسطة للزورق} = \frac{١٦}{\frac{١}{٢}} = ٣٢ \text{ ميل/سا}$$

∴ فالزورق أسرع من الباخرة .

يقطع الزورق وسطياً ٣٢ ميلاً في كل ساعة

فالمسافة التي يقطعها في ٤ ساعات = ٣٢ × ٤ = ١٢٨ ميلاً .

نتيجة :

من المثالين السابقين نستنتج أنه عندما تكون السرعة منتظمة فإن :

$$\boxed{\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن}}$$

أي أن : ف = ع × ز

مثال (٥) :

طول الطريق بين الهفوف والرياض ٣٢٨ كم . فاذا انطلقت سيارة من الهفوف بسرعة متوسطة قدرها ٨٠ كم / سا فبعدكم ساعة تبلغ الرياض ؟

الحل :

بما أن السيارة تقطع وسطياً ٨٠ كم في كل ساعة فلكي تقطع ٣٢٨ كم يلزمها:

د ســا

٣٢٨ ÷ ٨٠ = ٤,١ ساعة أي ٦ ٤

نتيجـــة :

نلاحظ من المثال السابق أننا نحصل على الزمن بقسمة المسافة على السرعة .

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} \quad \therefore$$

أي أن :

$$د = \frac{ف}{ع}$$

٢ – كثافة السكان

بند (٣٤) مثال :

عدد سكان المملكة العربية السعودية ٧,٥ مليون نسمة يقطنون في أرض المملكة التي تبلغ مساحتها ٢ مليون كيلومتر مربع . فما عـــدد السكان في الكيلومتر المربع الواحد وسطياً ؟

الحـــل :

يتوزع السكان في المملكة توزيعاً مختلفاً ، فهناك مدن مكتظة بالسكان ، وهناك حقول يقيم فيها القليل وأرض قاحلة وجبال جرداء قلّ أن تجد فيها إنساناً ، لكن لو اعتبرنا أن السكان موزعون بالتساوي على أرض المملكة فان

المتوسط الحسابي لعدد السكان في الكيلومتر المربع في المملكة =

$$\frac{٧\ ٥٠٠\ ٠٠٠}{٢\ ٠٠٠\ ٠٠٠} = ٣,٧٥$$

ويسمى متوسط عدد السكان في الكيلومتر المربع من بلد ما : (كثافة السكان) فيه . فكثافة السكان في مملكتنا ٣,٧٥ نسمة في الكيلومتر المربع .

وكثافة السكان في مصر = $\frac{٢٩,٥ \text{ مليون نسمة}}{١ \text{ مليون كم}^٢} = ٢٩,٥$ نسمة في كم^٢

وفي سوريا = $\frac{٥٦٥٠\ ٠٠٠}{١٨٤\ ٤٨٠} \approx ٣٠,٦$ نسمة / كم^٢

وفي اليابان = $\frac{٩٦\ ٠٠٠\ ٠٠٠}{٣٦٩\ ٦٦٢} \approx ٢٦٠$ نسمة / كم^٢

٣ – الخلـــط والمزج

بند (٣٥) مثال (١) :

خلط تاجر ٥٠٠ كيس من الدقيق الجيد الذي ثمن الكيلو غرام منه ٠,٦٠ ريال مع ٣٠٠ كيس من الدقيق المتوسط الذي ثمن الكيلو غرام منه ٠,٥٢ ريال للحصول على دقيق بسعر مناسب فاذا كان وزن الكيس من النوعين ٥٠ كغم فما ثمن الكيلوغرام من الخليط ؟ وبكم يبيع الكيلوغرام منه ليربح ١,٦ قرشاً في الكيلوغرام ؟

الحـــل :

لإيجاد معدل ثمن الكيلوغرام من الخليط نحسب ثمن الخليط ووزنه :

وزن الدقيق الجيد = ٥٠ × ٥٠٠ = ٢٥٠٠٠ كغم .

ثمن الدقيق الجيد = ٢٥٠٠٠ × ٠,٦٠ = ١٥٠٠٠ ريال .

وزن الدقيق المتوسط = ٥٠ × ٣٠٠ = ١٥٠٠٠ كغم .

ثمن الدقيق المتوسط = ١٥٠٠٠ × ٠,٥٢ = ٧٨٠٠ ريال .

معدل ثمن الكيلوغرام = ثمن الخليط / وزن الخليط (بالكيلوغرامات)

$$= \frac{٧٨٠٠ + ١٥٠٠٠}{١٥٠٠٠ + ٢٥٠٠٠} = \frac{٢٢٨٠٠}{٤٠٠٠٠} = ٠,٥٧ \text{ ريال}$$

الربح في الكيلوغرام = ١,٦ قرش = ١,٦ ÷ ٢٠

= ٠,٠٨ ريال .

∴ يجب أن يكون ثمن مبيع الكيلوغرام = ٠,٥٧ + ٠,٠٨ = ٠,٦٥ ريال

ملاحظة :

نرى من هذا المثال أن ثمن الكيلوغرام من الخليط هو المتوسط الحسابي لثمن الكيلوغرام من الكمية المخلوطة .

مثال(٢) :

اشترى رجل ٦ صفائح زيت ثمن كل منها ٤٠ ريالاً مع ١٤ صفيحة أخرى ثمن كل منها ٤٨ ريالاً ، فاذا مزج ما في الصفائح جميعها فما ثمن الصفيحة من المزيج؟

الحـــل :

نحسب ثمن الصفائح جميعها وعدد تلك الصفائح لإيجاد متوسط ثمن الصفيحة من المزيج :

ثمن الصفائح الست = ٤٠ × ٦ = ٢٤٠ ريالاً .

ثمن الصفائح الأخرى = ٤٨ × ١٤ = ٦٧٢ ريالاً .

ثمن جميع الصفائح = ٢٤٠ + ٦٧٢ = ٩١٢ ريالاً .

عدد الصفائح = ٦ + ١٤ = ٢٠ صفيحة .

متوسط ثمن الصفيحة من المزيج = ٩١٢ ÷ ٢٠ = ٤٥,٦ ريال .

ملاحظة (١) :

نستنتج أن ثمن الصفيحة من المزيج هو المتوسط الحسابي لأثمان الصفائح المزوجة .

ملاحظة (٢) :

إذا أضفنا مقداراً من القمح إلى مقدار من الشعير وحركناهما معاً نتج خليط وكذلك نخلط اللبن بالحليل ، والرمل بالاسمنت .

وإذا أضفنا كمية من الماء إلى كمية من الحليب فانهما يمتزجان ، والمزيج الناتج هو حليب ممدد بالماء .

وهكذا يمزج اللبن الرائب بالماء ، والسمن الجيد الرائحة بالسمن الدسم ، والكولونيا بالماء ، والعسل بالطحينة (للحصول على غذاء مفيد) ... أما إذا صهرنا كمية من النحاس مع كمية من الذهب (بتذويبهما بنار حامية) فتحصل مادة جديدة تسمى (سبيكة) وسندرس موضوعها فيما بعد .

تمارين

١ – سافر حماد على دراجته من جدة إلى مكة لأداء العمرة ، فقطع في الساعة الأولى ١٥ كم وفي الساعتين التاليتين ٢٢ كم ، ثم استراح نصف ساعة وتابع سفره فقطع بقية الطريق وقدرها ٣٥ كم في ٤ ساعات .

١) أحسب سرعته المتوسطة في المرحلة الأخيرة من الطريق .

٢) أحسب سرعته المتوسطة في سفره من جدة الى مكة .

٢ ـ جرى حيان على محيط ملعب مربع الشكل طول ضلعه ٢٠٠ م فأنهى الدورة الأولى في ٦ دقائق ، والدورة الثانية في ٣٢ ثانية و ٦ دقائق ، والدورة الثالثة في ١٦ ثانية و ٦ دقائق .

أعط تعريف المربع

أحسب :

١) معدل الزمن الذي قطع فيه طول ضلع الملعب خلال تلك الدورات .

٢) سرعته المتوسطة خلال الدورة الأولى .

٣) سرعته المتوسطة خلال الدورات الثلاث .

٣ ـ قطعت طائرة المسافة بين بلدين في ٨ ساعات بسرعة منتظمة قدرها ٤٥٠ كم في الساعة . فاذا عادت من الطريق نفسها بسرعة ٤٠٠ كم/سا فكم ساعة تقضي في العودة ؟

٤ ـ اشترى سلمان ٦٠٠٠ كغم من القطن بسعر الكيلوغرام ١٫٢ ريال ، ثم اشترى ١٠ أطنان أخرى بسعر الطن ١٢٤٠ ريالاً ، ودفع ٤٠٠ ريال نفقات متنوعة . وقد خلط ما اشتراه . فما متوسط كلفة الطن مما اشترى ؟ وبكم يبيع الطن من الخليط ليربح بمعدل ١٢٥ ريالاً في الطن ؟

٥ ـ عدد سكان السودان ١٣٫٥٢ مليون نسمة ، ومساحة أرضه ٢٫٥ مليون كم^2 ، وعدد سكان العراق ٨ ملايين نسمة ومساحته ٤٤٤٤٤٢ كم^2 . أحسب كثافة السكان في كل من هذين القطرين الشقيقين .

٦ ـ اشترت بائعة حليب ٣٠ كغم من الحليب المجفف بسعر الكيلوغرام ٤٫٤ ريال ، وأضافت إليه ١٣٥ كغم ماء وباعت الحليب الناتج بسعر الكيلوغرام ريال واحد .

١) أحسب متوسط كلفة الكيلوغرام من الحليب الناتج .

٢) أحسب ربح بائعة الحليب .

٧ – مزج رجل ٨٠ لتراً من الكولونيا التي ثمن اللتر منها ١٠٫٥ ريال مع ٦٠ لتراً من الكولونيا التي ثمن اللتر منها ١٤ ريالاً . فما معدل ثمن اللتر من المزيج؟

٨ – تاجر يشتري البيض ويخزنه في صندوق كبير مبرد ، وقد اشترى ٥٥٠٠ بيضة بسعر الواحدة ٠٫١٦ ريال . واشترى ٢٥٠٠ بيضة بسعر ٠٫١٥ ريال ، وأخيراً اشترى ٨٠٠٠ بيضة فأصبح معدل ثمن البيضة من كل ما اشترى ٠٫١٧ ريال . فما سعر شراء البيضة مما اشتراه أخيراً (بالفلات) ؟

٨ - النسبة والتناسب

الفصل الأول : النسبة

بند (٣٦) معنى النسبة بين مقدارين :

- إذا كان عمر أخي الصغير ١٣ سنة وعمري ٣٩ سنة فعمري يعادل ٣ أمثال عمر أخي . وبعبارة أخرى : نسبة عمري إلى عمر أخي ٣ الى ١ ويرمز لها بالصورة ٣ : ١ أو $\frac{٣}{١}$

- وإذا كان طول الغرفة ٦ م وعرضها ٥ م فنسبة طولها إلى عرضها هي :

٦ إلى ٥ أي ٦ : ٥ أو $\frac{٦}{٥}$

أي أنه إذا احتوى الطول على ٦ أجزاء متساوية فإن العرض يحتوي على ٥ من تلك الأجزاء .

- وبصورة عامة فان النسبة بين مقدارين هي عدد مرات احتواء أحدهما على الآخر (مثلا إذا كانت نسبة وزن كيس القمح إلى وزن صندوق التفاح ٤ : ١ فوزن الكيس ٤ أمثال وزن الصندوق) ، أو أن النسبة : هي

موازنة بين ما يحتوياته من مقدار مشترك (فاذا كان طول مصطفى ١٧٥ سم وطول ابنـــه ١٢٥ سم فطول مصطفى يحتوي على ٢٥ سم ٧ مرات وطول ابنه يحتوي على ٢٥ سم ٥ مرات، ونسبة طول مصطفى إلى طول ابنه هي $\frac{٧}{٥}$) . وللنسبة « حدان » أولهما هو « المقدم » والآخر يدعى « التالي » فحدا النسبة $\frac{٧}{٥}$ هما ٧ ، ٥ (المقدم هو ٧ والتالي هو ٥) .

- اذا كان في فصلك ٣٥ طالباً (وفي المدرسة ٣٥٠ طالباً فنسبة عدد طلاب الفصل إلى عدد طلاب المدرسة هي ٣٥ : ٣٥٠ أو $\frac{٣٥}{٣٥٠}$

أمـــا نسبة عدد طلاب المدرسة إلى عدد طلاب الفصل فهي ٣٥٠ : ٣٥ أو $\frac{٣٥٠}{٣٥}$

(وهي مقلوب النسبة $\frac{٣٥}{٣٥٠}$) .

ملاحظة :

في المثال الأخير : حصلنا على النسبة بين عدد طلاب الفصل الى عدد طلاب المدرسة بقسمة العدد الأول على العدد الثاني .

وبصورة عامة :

فإن نسبة العددين ب إلى ـ هي ب : ـ أي $\frac{ب}{ـ}$

أما نسبة العددين ـ إلى ب فهي ـ : ب أي $\frac{ـ}{ب}$

مثال :

إذا كان طول أحمد ١٧٠ سم وطول عمود الكهرباء ٨٫٥ م فما نسبة طول أحمد الى طول عمود الكهرباء ؟

الحـــل :

لابد من تقدير الطولين بوحدة قياس مشتركة .

طول عمود الكهرباء = ٨٫٥ م = ٨٥٠ سم .

نسبة طول أحمد الى طول عمود الكهرباء = $\frac{١٧٠}{٨٥٠}$ (أو ١٧٠ : ٨٥٠) .

نتيجة :

لإيجاد النسبة بين مقدارين يجب أن يقدّرا بوحدة قياس مشتركة .

بند (٣٧) خواص النسبة :

خواص النسبة هي نفس خواص الكسر وأهمها :

١ – إذا ضرب كل من حدي النسبة في عدد واحـــد غير الصفر لا تتغير قيمة النسبة .

مثـــلاً :

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠}$$ أي أن ٣ : ٤ = ٧٥ : ١٠٠

وهذه الخاصة تفيد في توحيد توالي النسب (كتوحيد مقامات الكسور) .

٢ – إذا قسم كل من حدي النسبة على عـــدد واحد (غير الصفر) تنتج نسبة تساوي الأولى .

فإذا كانت نسبة طول مصطفى إلى طول ابنه $\frac{١٧٥}{١٢٥}$ فهي تساوي $\frac{١٧٥ \div ٢٥}{١٢٥ \div ٢٥}$

$= \frac{٧}{٥}$ (وهذا يتفق مع ما ذكر في الصفحة السابقة) هذه الخاصة تفيد في اختصار النسبة .

٣ ـ وكما في الكسور نستطيع ضرب نسبتين (أو أكثر) وجمعها وطرحها وموازنتها ... الخ .

بند (٣٨) النسبة الكسرية :

إذا كان أحد حدي النسبة أو كلاهما كسرياً دعيت النسبة « نسبة كسرية »

مثلاً :

إذا كان معي $٧\frac{١}{٢}$ ريال ومع أخي $٥\frac{١}{٤}$ ريال فنسبة ما معي إلى ما مع أخي $٧\frac{١}{٢} : ٥\frac{١}{٤}$ ، أو $\frac{١٥}{٢} : \frac{٢١}{٤}$

ويمكن تحويل النسبة الكسرية إلى نسبة حداها عددان صحيحان وذلك بضرب كل من حديها ($\frac{١٥}{٢}$ ، $\frac{٢١}{٤}$) بالمضاعف المشترك الأصغر لمقاميها:

فإذا ضربنا كلاً من حدي النسبة السابقة في ٤ تصبح ٣٠ : ٢١

وبالاختصار على ٣ تصبح ١٠ : ٧

مثال :

تنجز ورشة التعبيد في اليوم $١٦\frac{١}{٢}$ يارد من طول الطريق الذي تعبّده والذي

طوله ٣٩٢ ياردا . فاذا اشتغلت الورشة ٧ أيام فما نسبة طول القسم الذي أنهته إلى طول الطريق ؟

الحـــل :

طول القسم الذي أنجزته الورشة = $\frac{1}{2}$ ١٦ × ٧

= $\frac{1}{2}$ ١١٤ يارد .

نسبة القسم المعبد إلى طول الطريق = $\frac{\frac{1}{2}\ ١١٤}{٣٩٢}$ = $\frac{\frac{1}{2}\ ١١٤ \times ٣}{٣٩٢ \times ٣}$

= $\frac{٣٤٢\frac{1}{2}}{١١٧٦}$ = $\frac{٧}{٢٤}$

بند (٣٩) الفرق بين النسبة والكسر :

قلنـــا إن النسبة بين مقدارين هي عدد مرات احتواء أحدهما على الآخر، فليس لها وحدة قياس . أما الكسر فيدل على جزء أو عـــدة أجزاء من شيء ويميز بذلك الشيء .

فمثلا : ليس هناك نسبة قدرها $\frac{1}{2}$ تفاحة لكن هناك كسراً قدره $\frac{1}{2}$ تفاحة .

وبالإضافة إلى ذلـــك فالنسبة والكسر يختلفان في بعض طرق كتابتها وقراءتها وفي تسمية حدي كل منهما .

بند (٤٠) الموازنة بين النسب :

يمكن الموازنة بين النسب كما يوازن بين الكسور (بالاختصار ثم توحيد التوالي أو توحيد المقدمات) .

مثال (١) :

وازن بين النسبتين ٥ : ٦ ، ٧ : ٩

الحل :

النسبتان هما $\frac{5}{6}$ ، $\frac{7}{9}$ ويمكن الموازنة بينهما بتوحيد تاليهما ، والثاني المشترك هو ١٨

فالنسبتان هما $\frac{15}{18}$ ، $\frac{14}{18}$

وواضح أن النسبة الأولى أكبر من الثانية ∴ ٥ : ٦ > ٧ : ٩

مثال (٢) :

وازن بين النسبتين $\frac{2}{7}$ ٣ : $\frac{5}{7}$ ٥٠ ، ٧٥ : ٥٠

الحل :

النسبة الأولى كسرية نجعلها في أبسط صورة

$\frac{24}{7}$: $\frac{35}{7}$ وبضرب حديها في ٧ ثم قسمتها على ١٢ نجد ٢ : ٣

النسبة الثانية $\frac{٥}{٧٥}$ وبالاختصار على ٢٥ تصبح $\frac{١}{٣}$

فالنسبتان متساويتان .

ملاحظة :

١) إن الموازنة بين النسب تعني معرفة تساويها أو اختلافها مع تعيين تسلسلها في الكبر .

٢) إن تبسيط النسب والاختصار فيها كثيراً ما ييسران الموازنة بينها.

تدريب :

وازن بين النسب الآتية :

أ) ٣٥ : ١٨ ، ٧٠ : ١٢٠

ب) $\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$ (هل الأفضل توحيد المقدمات أم توحيد التوالي) ؟

جـ) ٢٢ : ١٥ ، ١٧ : ١٢ ، $\frac{١٥}{١٢}$ (هل يفيد الاختصار)؟

بند (٤١) إيجاد أحد مقدارين اذا علمت النسبة بينهما وعلم الآخر :

مثال (١) :

نسبة مساحة حقل حسان إلى مساحة حقل وليد هي ٤ : ٥ فاذا كانت مساحة حقل وليد ٩٠٠٠ م^٢ فما مساحة حقل حسان ؟

الحل :

إذا اعتبرنا حقل وليد ٥ أجزاء متساوية فان حقل حسان يحتوي على ٤ أجزاء منها .

ن مساحة الجزء الواحد ٩٠٠٠ ÷ ٥ = ١٨٠٠ م٢

ة حقل حسان ١٨٠٠ × ٤ = ٧٢٠٠ م٢

ر :

احة حقل حسان : مساحة حقل وليد = ٤/٥

احة حقل حسان = ٤/٥ مساحة حقل وليد .

= ٤/٥ × ٩٠٠٠ = ٧٢٠٠ م٢

) :

ن وزن القمح ووزن الحصيد (السنابل والقش) الذي استخرج منه
ي ٢/٧ فاذا كان وزن القمح ٦ أطنان فما وزن الحصيد؟

= ٢/٧ فاذا اعتبرنا وزن القمح جزأين من الوزن الكلي فان وزن

الحصيد ٧ أجزاء .

الجزأين = ٦ أطنان .

، الواحد يعادل ٦ ÷ ٢ = ٣ أطنان .

الحصيد ٣ × ٧ = ٢١ طناً .

(١

حل آخر :

وزن القمح = $\frac{٢}{٧}$ وزن الحصيد .

فوزن الحصيد = وزن القمح ÷ $\frac{٢}{٧}$

= ٦ ÷ $\frac{٢}{٧}$

= ٦ × $\frac{٧}{٢}$ = ٢١ طناً .

أسئلة شفهية

١ – أحسب نسبة عمر طه الى عمر أخيه إذا علمت أن عمر طـــه ١٢ سنة وعمر أخيه أقل من عمره بسنتين .

٢ – وزن سلمان ٣٠ كغم ووزن بسام ٤٠ كغم فمـــا نسبة وزن بسام الى وزن سلمان ؟

٣ – طول عزام ١٫٥ م ونسبة طول ذراعه الى طوله هي ١ : ٣ فما طول ذراعه ؟

٤ – قارن النسبتين ٧ : ٨ ، ٧ : ١٠

٥ – مع صالح مبلغ ٢٥٠ ريالاً ومع عثمان ٣ أوراق نقدية من فئة ١٠٠ ريال فما هي النسبة المختصرة لنقود عثمان الى نقود صالح ؟

٦ – طول أحد المساجد ب متراً وعرضه ـ متراً فما هي نسبة طوله الى عرضه ؟

٧ ــ مربعان طول ضلع أحدهما ص متراً وطول محيط الآخر س متراً فما هي نسبة محيط الثاني الى محيط الأول ؟

تمارين

١ ــ عمر إلهام الآن ٨ سنوات وعمر أبيها ٣٢ سنة . أحسب النسبة بين عمرها وعمر أبيها الآن . ثم أحسب تلك النسبة بعد ١٦ سنة .

٢ ــ اشترى عماد عدداً من الغسالات الكهربائية فكلفت الواحدة ٦٤٠ ريالاً . ثم باعها بسعر الغسالة ٨٠٠ ريال . أحسب :

أ ــ نسبة الربح الى ثمن الشراء .

ب ــ نسبة الربح الى ثمن المبيع .

٣ ــ تقدم لامتحان الشهادة الابتدائية في إحدى المناطق ٨٢٠ تلميذاً نجح منهم ٦٥٦ تلميذاً ورسب الباقي . أوجد نسبة الناجحين الى المتقدمين ، ونسبة الناجحين الى الراسبين .

٤ ــ يقضي حماد ٣٠ دقيقة في ذهابه الى المسجد وصلاته فيه ثم عودته ، وذلك في كل من صلواته الخمس يومياً . أحسب نسبة الوقت الذي يخصصه للصلاة الى ساعات اليوم الكامل .

٥ ــ أيهما أفضل لتاجر : أن يشتري بما معه تفاحاً بسعر الصندوق ١٢ ريالاً ليبيعه بمبلغ ١٧ ريالاً ، أم طماطم بسعر الصندوق ٨ ريالات ليبيعه بمبلغ ١١ ريالاً ؟

(للحل : وازن بين نسبة الربح الى ثمن الشراء في الحالتين) .

٦ ــ اشترى حمدان ٥٠٠ كغم من الدقيق بسعر الكيلوغرام ٠٫٧٠ ريال وصنع منه خبزاً فكانت نسبة وزن الخبز الى وزن الدقيق ٦ : ٥ فاذا باع كيلو غرام الخبز بمبلغ ٠٫٩٠ ريال ودفع ٩٠ ريالاً للعمال ولنفقات المحل ، فكم ريالاً ربح ؟

٧ ــ ربح عماد اليوم ٢٢ ريالاً أنفق منها ١٢ ريالاً لنفقات بيته ، وأعطى ابنه محمداً ريالاً واحداً وتبرع للمشاريع الخيرية بمبلغ ريال آخر . وقد أنفق محمد ١٢ قرشاً ووفر الباقي . أحسب :

١ ــ نسبة ما وفره عماد الى ما صرفه .

٢ ــ نسبة ما أنفقه محمد الى ما أخذه من أبيه .

٨ ــ يملك خالد ٩٠٠٠ ريال وتملك أخته عائشة ٦٠٠ ريال . وقد تبرع خالد لأسر المجاهدين بمبلغ ٥٠ ريالاً ، وتبرعت عائشة بمبلغ ٥ ريالات . فأيهما أكرم نسبياً ؟

٩ ــ سلك طوله ٥٤٤ م وشريط طوله ٦٤٤ ياردا . أحسب نسبة طول السلك الى طول الشريط .

(لاتنس أن اليارد = $\frac{٣٦}{٣٣}$ م) .

١٠ ــ إذا كان ثمن كيلوغرام التفاح ريالين وثمن كيلوغرام الليمون ٣٠ قرشاً فما هي نسبة ثمن ب كيلوغراماً من التفاح الى ثمن ﻫ كيلوغراماً من الليمون ؟

: التناسب

بند (٤٨) مفهوم التناسب :

– إذا وازنا بين النسبتين $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٨}{١٢}$ نجد (بعد الاختصار) أن كلا منها تساوي $\frac{١}{٢}$ فهما متساويتان

∴ $\frac{٣}{٦} = \frac{٨}{١٢}$ أو ٣ : ٦ = ٨ : ١٢

– إن هاتين النسبتين المتساويتين تشكلان « تناسباً » ، فالتناسب هو تساوي نسبتين .

– في التناسب ٣٠ : ٢٠ = ٦ : ٤

يسمى العددان ٣٠ ، ٤ «طرفي التناسب» ، والعددان ٢٠ ، ٦ « وسطي التناسب »

طرفان

٣٠ : ٢٠ = ٦ : ٤

وسطان

لاحظ الشكل المجاور

وتسمى الحدود الأربعة للنسبتين : « حدود التناسب »

وبصورة عامة :

إذا تساوت النسبتان $\frac{ب}{حـ}$ ، $\frac{و}{ق}$ فانها تشكلان التناسب $\frac{ب}{حـ} = \frac{و}{ق}$

وطرفا هذا التناسب ب ، ق أما وسطاه فهما حـ ، و

بند (٤٩) أهم خاصة للتناسب :

– تأكد من صحة التناسب ٨ : ٥ = ١٦ : ١٠

احسب حاصل ضرب الطرفين ٨ × ١٠

احسب حاصل ضرب الوسطين ٥ × ١٦

– وازن بين الناتجين تلاحظ أن ٨ × ١٠ = ٥ × ١٦

– تأكد من صحة التناسبات الآتية :

$\frac{٣}{٤} = \frac{٩}{١٢}$ ، $\frac{٢٠}{٢٨} = \frac{٥}{٧}$ ، $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$

احسب حاصل ضرب الطرفين وحاصل ضرب الوسطين لكل منهما ووازن بين الناتجين . تستنتج أنه :

في كل تناسب : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين .

– أي أنه في التناسب $\frac{ب}{حـ} = \frac{ء}{ق}$ يكون ب . ق = حـ . ء .

تطبيق (١) :

نسبة عمر سعيد الى عمر ابنه تساوي $\frac{١٨}{٥}$ فاذا كان عمر الابن ١٠ سنوات فما عمر سعيد ؟

الحل :

إذا رمزنا لعمر سعيد بالحرف س فان نسبة عمره الى عمر ابنه هي : $\frac{س}{١٠}$

$$\frac{س}{١٠} = \frac{١٨}{٥}$$

وبما أن حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$٥ س = ١٠ \times ١٨ \quad \text{ومنه } س = \frac{١٠ \times ١٨}{٥} = ٣٦$$

فعمر سعيد ٣٦ سنة .

(التحقيق : $\frac{\text{عمر سعيد}}{\text{عمر ابنه}} = \frac{٣٦}{١٠} = \frac{١٨}{٥}$)

تطبيق (٢) :

إذا كان $\frac{٣ ص}{٤} = \frac{٩}{٢}$ فما قيمة ص ؟

الحل :

بما أن حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين .

$$\therefore ٣ ص \times ٢ = ٤ \times ٩$$

$$\text{أو } ٣ \times ٢ ص = ٤ \times ٩$$

$$\therefore ص = \frac{٤ \times ٩}{٣ \times ٢} \qquad (\text{أي أن } ص = ٦)$$

ملاحظة :

نلاحظ في التطبيق السابق أنه إذا كان $\frac{٣ ص}{٤} = \frac{٩}{٢}$ فان ص =

$\frac{٤ \times ٩}{٣ \times ٢}$ أي أننا نقلنا أحد عوامل مقدم النسبة اليمنى فأصبح مضروباً في تالي النسبة اليسرى ، ونقلنا تالي النسبة اليمنى فأصبح مضروباً في مقدم النسبة اليسرى .

تطبيق (٣) :

إذا كان ٥ ع × ٤ = ٨ فأوجد قيمة ع

الحل :

إذا اعتبرنا أن ٥ × ٤ هو $\frac{٥ \times ٤}{١}$ نحصل على التناسب $\frac{٥ \times ٤}{١}$ =

$\frac{٨}{ع}$

∴ ٥ × ٤ ع = ١ × ٨

ع = $\frac{٨}{٥ \times ٤}$ (أي أن ع = $\frac{٢}{٥}$)

ملاحظة :

نلاحظ أنه إذا كان ٥ × ٤ = $\frac{٨}{ع}$ فان ع = $\frac{٨}{٥ \times ٤}$

وأننا نقلنا عوامل مقدم النسبة الأولى إلى تالي النسبة الثانية وبالعكس.

نتيجة :

في التناسب يمكن نقل عوامل مقدم إحدى النسبتين الى تالي الأخرى وبالعكس .

مثـــلاً :

إذا كان $\frac{٨}{٥} = \frac{٤}{٣ س}$

فإن $\frac{٨ س}{٥} = \frac{٤}{٣}$

$\frac{س}{٥} = \frac{٤}{٣ \times ٨}$

$س = \frac{٤ \times ٥}{٣ \times ٨}$ ويمكن إجراء هذه الخطوات ذهنياً دفعة واحدة

فنجد $س = \frac{٥}{٦}$

تدريب :

١ – أكمل كلاً من التناسبات الآتية (ذهنياً) :

$\frac{٤}{٧} = \frac{\square}{٢١}$ ، $\frac{\square}{٣} = \frac{١٤}{\square}$ ، $\frac{٢}{\square} = ٣٥\%$

١٠ : ٠٠٠٠ = ٢ : ٣ ، ٥ : ٧ = ٣٥ : ٠٠٠ ، ٠٠٠ : ٢ = ٣٠ : ١٢

٢ – تحقق من صحة كل من التناسبات الآتية (بالاختصار) ثم أوضح أن حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين .

$\frac{٣}{٥} = \frac{١٢}{٢٠}$ ، $\frac{٩}{٢٠} = \frac{٦٣}{٣٥ \times ٤}$ ، $\frac{١}{١٥} = \frac{٢}{٥ \times ٦}$ ، $\frac{٤,٢}{١٠} = \frac{٢,١}{٥}$

٣ ـ أحسب قيمة الحرف في كل مما يلي :

$$\frac{ب}{٨} = \frac{٣}{٢} \text{ ، } \frac{٧}{٣} = \frac{س}{١٢} = \frac{٥ ص}{٢ \times ٧} = \frac{٣٠}{٢١} \text{ ، } \frac{٣}{٥} = \frac{١٢}{ص}$$

٤ ـ أوجد قيمة س بدلالة ب فيما يلي :

$$\frac{٣ س}{١٤} = \frac{٥ ب}{٤} \text{ ، } \frac{٢ ب}{س} = \frac{١٥}{٨}$$

التقسيم التناسبي وتطبيقاته في موضوع الشركات

١ - التقسيم التناسبي

بند (٥٣) تمهيد :

خصص مدرس مبلغ ٣٨ ريالاً لشراء جائزتين للطالبين الأولين في مادة الرياضيات تتناسب قيمتاهما مع درجة كل منهما في الاختبار . فاذا كانت درجة الأول ٤٠ والثاني ٣٦ فما قيمة جائزة كل منهما ؟ من البديهي أننا لن نقسم المبلغ بالتساوي لأنه إذا خصص للأول ٤٠ جزءاً من المبلغ وجب أن يخصص ٣٦ جزءاً للثاني .

فلو قسمنا المبلغ إلى ٤٠ + ٣٦ = ٧٦ جزءاً لأخذ الأول ٤٠ جزءاً وأخذ الثاني ٣٦ جزءاً .

وعندئذ يكون مقدار الجزء الواحد $\frac{٣٨}{٧٦}$ ريال

وقيمة جائزة الأول $\frac{٣٨}{٧٦} \times ٤٠ = ٢٠$ ريالاً

وقيمة جائزة الثاني $\frac{٣٨}{٧٦} \times ٣٦ = ١٨$ ريالاً

(التحقيق : لاحظ أن ٢٠ + ١٨ = ٣٨) .

ملاحظة :

هذه العملية تسمى : التقسيم التناسبي ، فقد قسمنا المبلغ ٣٨ ريالاً إلى قسمين متناسبين مع العددين ٤٠ ، ٣٦

كان بالامكان إختصار النسبة ٤٠ : ٣٦

فتصبح ١٠ : ٩ (وذلك بقسمة الحدين على ٤) ، فيصبح المطلوب قسمة ٣٨ ريالاً الى قسمين متناسبين مع ١٠ ، ٩ فاذا كانت جائزة الأول ١٠ أجزاء كانت جائزة الثاني ٩ أجزاء ويكون المبلغ قد قسم الى ١٠ + ٩ = ١٩ جزءاً .

والجزء الواحد يعادل $\frac{٣٨}{١٩}$ ريالاً

ثمن جائزة الأول $\frac{٣٨}{١٩} \times ١٠ = ٢٠$ ريالاً

وثمن جائزة الثاني $\frac{٣٨}{١٩} \times ٩ = ١٨$ ريالاً

نتيجة :

عند تقسيم مقدار بصورة متناسبة مع عدة أعداد يمكن قسمة هذه الأعداد على عدد واحد ثم نقسم المقدار بصورة متناسبة مع الأعداد الناتجة .

بند (٥٤) تقسيم مقدار الى أجزاء متناسبة مع أعداد صحيحة :

مثال (١) :

أقسم ٢٠ تفاحة بين عزام وسلمان بحيث تكون نسبة حصة عزام إلى حصة سلمان كنسبة ١ : ٣

الحـــل :

اذا نال عزام تفاحة واحدة ينال سلمان ٣ تفاحات . واذا نال عزام جزءاً من التفاح ينال سلمان (٣) أجزاء ويكون التفاح قد جزء إلى ٣ + ١ = أجزاء

فمقدار الجزء ٢٠ ÷ ٤ = ٥ تفاحات .

إذاً : ينال عزام جزءاً واحداً أي ٥ تفاحات .

وينال سلمان ٣ أجزاء أي ٥ × ٣ = ١٥ تفاحة .

مثال(٢) :

أراد والد أن يقسم ١٨٠ ، ريالاً على أولاده بنسبة أعمارهم وهي: ٤ سنوات، ٦ سنوات ، ٩ سنوات ، ١١ سنة . فكم يأخذ كل منهم ؟

الحـــل :

إذا نال الأول ٤ أجزاء ينال الثاني ٦ أجزاء والثالث ٩ أجزاء والرابع ١١ جزءاً ويكون مجموع الأجزاء : ٤ ÷ ٦ ÷ ٩ ÷ ١١ = ٣٠ جزءاً .

فحصة الأول = ٦ × ٤ = ٢٤ ريالاً

وحصة الثاني = ٦ × ٦ = ٣٦ ريالاً

وحصة الثالث = ٦ × ٩ = ٥٤ ريالاً

وحصة الرابع = ٦ × ١١ = ٦٦ ريالاً

(التحقيق : ٢٤ ÷ ٣٦ ÷ ٥٤ ÷ ٦٦ = ١٨٠ ريالاً) .

مثـــال (٣) :

وزع مبلغ ١٣٣٠٠ ريال على ٣ مدارس بنسبة عدد طلابها وهو ٤٠٠ طالب، ٦٤٠ طالباً ، ٤٨٠ طالباً . فما نصيب كل من تلك المدارس ؟

الحـــل :

الأجـــزاء : ٤٠٠ ٦٤٠ ٤٨٠

بالقسمة على ١٠ تصبح : ٤٠ ٦٤ ٤٨

بالقسمة على ٤ تصبح : ١٠ ١٦ ١٢

بالقسمة على ٢ تصبح : ٥ ٨ ٦

مجموع الأجزاء = ٥ + ٨ + ٦ = ١٩

الجزء الواحد يعادل ١٣٣٠٠ ÷ ١٩ = ٧٠٠ ريال

نصيب المدرسة الأولى ٧٠٠ × ٥ = ٣٥٠٠ ريال

ونصيب المدرسة الثانية ٧٠٠ × ٨ = ٥٦٠٠ ريال

ونصيب المدرسة الثالثة ٧٠٠ × ٦ = ٤٢٠٠ ريال

١٣٣٠٠ ريال

سؤال ذهني :

أقسم مبلغ ١١٠ ريالات بين أحمد وعبد القادر بنسبة ٧ : ٤ على الترتيب .

تدريب :

١ ــ يراد توزيع مبلغ ١٨٥٤٠ ريالاً بين أخ وأخته بحيث يكـــون نصيب الأخ ضعفي نصيب أخته فما نصيب كل منهما ؟

٢ ــ أقسم مبلغ ٩١٥٢ ريالاً بين طريف ومازن ونجوى بنسبة ٦ : ٣ : ٢

٣ ــ وزع مبلغ ٩٢٤٠٠٠ ريال بين قريتين منكوبتين بالسيول بنسبة عدد سكانها وهو ١٢٥٠ نسمة ، ٢٧٥٠ نسمة . فما نصيب كل قرية ؟

٤ ـ عددان مجموعهما ٢٢٥ ونسبة الأول الى الثاني ٢ : ٧ فما هما العددان ؟

٥ ـ أوجد عددين الفرق بينهما ١٤٣ ونسبة أكبرهما الى أصغرهما ١٦ : ٣

بند (٥٥) تقسيم مقدار الى أجزاء متناسبة مع كسور :

مثـــال (١) :

أقسم ٨٤٠٠٠ بيضة ثلاثة ثلاجات بنسبة $\frac{٣}{٤} : \frac{٥}{١٢} : \frac{٧}{١٨}$

الحـــل :

الأقسام المطلوبة متناسبة مع كسور ، فاذا وحدنا مقامات هذه الكسور تصبح :

$\frac{٢٧}{٣٦}$ ، $\frac{١٥}{٣٦}$ ، $\frac{١٤}{٣٦}$

فاذا ضربنا كلا منها في ٣٦ تصبح : ٢٧ ١٥ ١٤ وهي الأجزاء .

مجموع الأجزاء = ٢٧ + ١٥ + ١٤ = ٥٦ جزءاً تعادل ٨٤٠٠٠ بيضة

فالجزء الواحد يعادل : ٨٤٠٠٠ ÷ ٥٦ = ١٥٠٠ بيضة

∴ يوضع في المستودع الأول ١٥٠٠ × ٢٧ = ٤٠٥٠٠ بيضة

وفي المستودع الثاني ١٥٠٠ × ١٥ = ٢٢٥٠٠ بيضة

وفي المستودع الثالث ١٥٠٠ × ١٤ = ٢١٠٠٠ بيضة

ملاحظـــة :

لتقسيم مقدار الى أقسام متناسبة مع كسور نوحد مقامات هذه الكسور ثم نقسم المقدار إلى أقسام متناسبة مع بسوط تلك الكسور (باعتبارها أعداداً صحيحة) كما سبق .

تدريب :

١ – أقسم ٤٠ ريالاً بنسبة $\frac{١}{٢}$: $\frac{٣}{٤}$ (شفهياً)

٢ – أقسم ٧٠ قرشاً بنسبة $\frac{٣}{٤}$: $\frac{١}{٢}$ (شفهياً)

٣ – أقسم ١٨٠ تفاحة الى ٣ أقسام متناسبة مع $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$ (شفهياً مع الاستعانة بكتابة بعض الأعداد للتذكر) .

٤ – تقدم ٢٠٦٠ تلميذاً الى الشهادة الابتدائية ، فكانت نسبة الناجحين الى الراسبين كنسبة $\frac{١}{٥}$ ٢ : $\frac{٣}{٨}$ فما عدد الناجحين وما عدد الراسبين ؟

٥ – تبرع محسن بمبلغ ٣٥٥٠٠ ريال ليوزع على المشاريع الآتية : الاشتراك في بناء مسجد ، مساعدة لدار العجزة ، مساعدة العائلات الفقيرة بنسبة $\frac{٣}{٥}$: $\frac{١}{١٠}$٢ : $\frac{١٧}{٢٠}$ فكم يدفع لكل مشروع منها ؟

بند (٥٦) أمثلة متنوعة على التقسيم التناسبي :

مثال (١) :

اقتسم ٣ شركاء محصول مزرعتهم من القمح وقدره ١١٦٦ طناً فكانت نسبة حصة الأول الى الثاني ٣ : ٨ ونسبة حصة الثاني الى الثالث ٦ : ٥ فما حصة كل منهم ؟

الحـل :

$$\therefore \frac{\text{حصة الأول}}{\text{حصة الثاني}} = \frac{٣}{٨} \quad \therefore \text{حصة الأول} = \frac{٣}{٨} \text{ حصة الثاني}$$

$$\therefore \frac{\text{حصة الثالث}}{\text{حصة الثاني}} = \frac{٥}{٦} \quad \therefore \text{حصة الثالث} = \frac{٥}{٦} \text{ حصة الثاني}$$

فاذا اعتبرنا حصة الثـاني جزءاً واحداً كانت حصـة الأول $\frac{٣}{٨}$ الجـزء ،

وحصـة الثالث $\frac{٥}{٦}$ الجزء

فنقسم ١١٦٦ بنسـبة $\frac{٣}{٨} : ١ : \frac{٥}{٦}$

أو $\frac{٩}{٢٤} : \frac{٢٤}{٢٤} : \frac{٢٠}{٢٤}$

أو ٩ : ٢٤ : ٢٠

مجموع الأجزاء = ٩ + ٢٤ + ٢٠ = ٥٣

الجزء الواحد يعادل ١١٦٦ ÷ ٥٣ = ٢٢ طناً

فحصة الشريك الأول = ٢٢ × ٩ = ١٩٨ طناً

وحصة الشريك الثاني = ٢٢ × ٢٤ = ٥٢٨ طناً

وحصة الشريك الثالث = ٢٢ × ٢٠ = ٤٤٠ طناً

(التحقيق : ∵ المجموع = ١١٦٦) .

حل آخر :

حصة الأول : حصة الثاني : حصة الثالث

٣ : ٨

٦ : ٥

نجعل العددين ٦،٨ المسجلين تحت حصة الثاني متساويين كل منهما يساوي (م . م . أ) لهما وهو ٢٤ وذلك بأن نضرب حدي النسبة الأولى في (٣) وحدي النسبة الثانية في (٤)

فيكون : ٩ : ٢٤

٢٤ : ٢٠

٩ : ٢٤ : ٢٠

فمجموع الأجزاء = ٩ + ٢٤ + ٢٠ = ٥٣ جزءاً

ونتابع كالطريقة الأولى ...

مثـــال (٢) :

مشروع يعمل فيه ١٢ مهندساً و٤٥ عاملاً فنيـــاً ، و٢٠٠ عامل عادي . فاذا كان أجرهم اليومي ٧٨٨٠ ريالاً فما هو الأجر اليومي لكل منهم ، علماً بأن نسبة أجر المهندس الى العامل الفني الى العامل العادي كنسبة ١٨ : ٨ : ٥

الحـــل :

	مهندس	عامل فني	عامل عادي
العدد :	١٢	٤٥	٢٠٠
فاذا اعتبرنا الأجر اليومي	١٨ جزءاً	٨ أجزاء	٥ أجزاء
فالأجر لكل مجموعة (بالضرب)	٢١٦ جزءاً	٣٦٠ جزءاً	١٠٠٠ جزء

ومجموع الأجزاء ٢١٦ + ٣٦٠ + ١٠٠٠ = ١٥٧٦ جزءاً تعادل ٧٨٨٠ ريالاً

فالجزء اليومي الواحد = ٧٨٨٠ ÷ ١٥٧٦ = ٥ ريالات

الأجر اليومي للمهندس ١٨ جزءاً = ٥ × ١٨ = ٩٠ ريالاً

والأجر اليومي للعامل الفني ٨ أجزاء = ٥ × ٨ = ٤٠ ريالاً

والأجر اليومي للعامل العادي ٥ أجزاء = ٥ × ٥ = ٢٥ ريالاً

تدريب :

١ ــ اقسم ٩٠ ريالاً بين ٣ أشقاء على أن ينال الأول $\frac{2}{3}$ ما ينال الثاني وأن يأخذ الثاني $\frac{3}{4}$ ما يأخذ الثالث ؟

٢ ــ ثلاث قوافل: عدد أفراد الأولى $\frac{3}{4}$ عدد افراد الثانية ، وعدد أفراد الثالثة $\frac{4}{5}$ عدد أفراد الثانية . فاذا كان مجموع أفراد القوافل الثلاث ٤٠٠ شخص فما عدد أفراد كل منها ؟

٣ ــ وزعت ١٧٠ رمانة على ٣ عوائل ، فنالت الأولى ٣ أمثال ما نالت الثانية ، ونالت الثالثة $\frac{3}{4}$ ما نالت العائلة الأولى والثانية معاً . فما نصيب كل عائلة ؟

٤ ــ ثلاجة وفرن على الغاز وقدر مجموع أثمانها ٢١٢٠ ريالاً . فاذا كان ثمن الثلاجة مساوياً $\frac{3}{4}$ ثمن الفرن ، وكان ثمن القدر مساوياً $\frac{3}{4}$ ثمن الفرن فما ثمن كل من هذه الأجهزة ؟

٥ – قسم مبلغ ١٣٢ قرشاً بين أربعة أطفال على أن يكون نصيب الأول ٣ أمثال نصيب الثاني ، ونصيب الثالث ٥ أمثال نصيب الثاني ، ونصيب الرابع $\frac{2}{3}$ نصيب الأول ، فما نصيب كل منهم ؟

٦ – مشروع لزراعة القطن يشترك في جني قطافه ٨٠ رجلاً و ١٣٠ ولداً يبلغ أجرهم الأسبوعي ١٣٢٠٠ ريالاً . فاذا علمت أن نسبة أجر الولد الى أجر الرجل هي ٢ : ٥ فما اجرة كل منهما في الأسبوع ؟

٧ – وجد صاحب مصنع أنه يحتاج الى ٤ مهندسين ، ٨٠ عاملاً ، ٥٠ ولداً . وأنه يستطيع أن يدفع لهم في اليوم ٢٢٨٨ ريالاً ليضمن لنفسه ربحاً معقولاً فاذا اعتبر نسبة أجر الولد الى أجر المهندس الى أجر العامل كنسبة ٢ : ١٨ : ٥ فما أجر كل منهم في اليوم ؟

٨ – سئل خالد عن عمره وعمر أبيه وعمر جده فقال : إن مجموع أعمارنا ١٢٠ سنة ، وعمري ثلث عمر أبي كما عمر أبي ضعف عمر أبي. فما عمر كل منهم ؟

٩ – تشارك علي وعمر وفراس في عمل تجاري رأسماله ٧٠٠٠٠ ريال فدفع الأول $\frac{1}{2}$ مادفع الثالث ، ودفع الثاني $\frac{3}{4}$ ما دفع الثالث . فما رأسمال كل منهم ؟

١٠ – اقتسم ٣ شركاء ٧٠٠٠٠ كغم من التمر فكانت نسبة نصيب الأول الى نصيب الثاني ٥ : ٨ ونسبة نصيب الثاني الى نصيب الثالث ٨ : ٧ فما نصيب كل منهم ؟

مسائل توزيع في الميراث

بند (٥٧) :

مثال (١) :

توفي رجل عن زوجة وابنين و ٥ بنات وتركة قيمتها ٢٣٧٦٠ ريالاً . فاذا علمت أن الزوجة تنال $\frac{1}{8}$ التركة (أي ما تركة الرجل) ثم يوزع الباقي بحيث يأخذ الإبن ضعف ما تأخذه البنت . فما نصيب كل من هؤلاء الورثة ؟

الحـــل :

حصة الزوجة = ٢٣٧٦٠ ÷ ٨ = ٢٩٧٠ ريالاً .

مجموع حصص البنين والبنات = ٢٣٧٦٠ − ٢٩٧٠ = ٢٠٧٩٠ ريالاً .

	ابن	بنت	
العـــدد	٢	٥	
عدد الأجزاء لكل فرد	٢	١	
	٤	٥	(بالضرب)

مجموع الأجزاء ٩ تعادل أجزاء ٢٠٧٩٠ ريالاً

فالجزء يعادل ٢٠٧٩٠ ÷ ٩ = ٢٣١٠ ريالات

فنصيب البنت الواحدة ٢٣١٠ ريالات

ونصيب الابن الواحد ٢٣١٠ × ٢ = ٤٦٢٠ ريالاً

مثال (٢) :

توفي رجل عن زوجة وأخوين وثلاث أخـــوات وإرثاً قيمتـه ٧٦٧٢ ريالاً . فاذا علمت أن نصيب الزوجة $\frac{1}{4}$ التركة وأن الباقي يوزع بحيث يكون للأخ مثل حظ الأختين فاحسب حصة كل من الورثة ؟

الحـــل :

حصة الزوجة = ٧٦٧٢ × $\frac{1}{4}$ = ١٩١٨ ريالاً

حصة الأخوة والأخوات = ٧٦٧٢ − ١٩١٨ = ٥٧٥٤ ريالاً

	اخوة	اخوات	
العدد	٢	٣	
النسبة	٢	١	
	—	—	
الأجزاء	٤	٣	(بالضرب)

مجموع الأجزاء = ٤ + ٣ = ٧ أجزاء تعادل ٥٧٥٤ ريالاً

حصة الأخت جزء واحد = ٥٧٥٤ ÷ ٧ = ٨٢٢ ريالاً

حصة الأخ جزءان = ٨٢٢ × ٢ = ١٦٤٤ ريالاً

تمارين على التقسيم التناسبي

١ – اقسم ٢٨٠ قطعة حلوى بين رجاء وإلهام على أن تكون نسبة حصة إلهام الى حصة رجاء ٥ : ٩

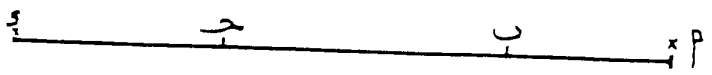
٢ – أوجد عددين مجموعهما ٢٦٠ ونسبة أصغرهما الى اكبرهما ٥ : ٨

٣ – أوجد عددين الفرق بينهما ٣٦٠ ونسبة أكبرهما الى أصغرهما ٢٣ : ١١

٤ – يريد مدير شركة أن يوزع مكافأة قدرها ٨٤٠٠ ريال على رؤساء الأقسام بلال وعمر وطلحة على أن تتناسب حصصهم مع مدة خدمة كل منهم وهي ٨ سنوات ، ٦ سنوات ، سنتان فكم ينال كل منهم ؟

٥ – (الشكل ٨) يمثل مستقيماً أ د طوله ١٦٢ سم وفيه أ ب = $\frac{٣}{٥}$ ب حـ ، د جـ = $\frac{٥}{٧}$ ب حـ

احسب طول كل من الأقسام الثلاثة .



شكل (٨)

٦ – عمر رفاه $\frac{١}{٢}$ عمر ضحوك ، وعمر ضحوك $\frac{٤}{٥}$ عمر نزار فاذا كان الفرق بين عمر رفاه ونزار ٢١ سنة فما عمر كل منهم ؟

٧ – أراد محسن توزيع ٨٥٥٠ ريالاً للإسهام في المشاريع الآتية : بناء مسجد بناء دار للأيتام ، صدقة للمحتاجين . على أن تكون نسبة المبلغ المخصص للمسجد الى المبلغ المخصص لدار الأيتام ١٤ : ١٥ ونسبة المبلغ المخصص لدار الأيتام الى المبلغ المخصص للصدقات ٦ : ٧ فما نصيب كل مشروع ؟

٨ – توفيت امرأة عن زوج و٥ بنين و٣ بنـــات وتركة قيمتها ٤١٦٠ ريالاً . فاذا علمت أن الزوج ينال ¼ التركة وأن نسبة حصة الابن من الباقي الى حصة البنت هي ٢ : ١ فما نصيب كل هؤلاء الورثة ؟

٩ – توفي رجل وترك زوجة وأماً و٣ بنين وبنتاً واحدة . فاذا كانت قيمة التركة ٣٧١٢٨ ريالاً فما نصيب كل من الورثة ؟ (للزوجـــة ⅛ الـــتركـة وللوالدة ⅙ التركة والباقي يوزع بين الأولاد على أن يكون للذكر مثل حظ الأنثيين) .

١٠ – استشهد مجاهد وترك أماً وأخوين و٣ أخـوات ، فاذا بلغت تركته ١٧٠١٠ ريالات . فما حصة كل من الورثة منها ؟ (للأم ⅙ الـتركة ويوزع الباقي بين الأخوة بحيث يكون للذكر مثل حظ الأنثيين) .

١١ – استشهد فدائي في فلسطين عن زوجة وأخـوة لأم (ولدين وبنت) وعم فما نصيب كل من الورثة من الـتركة التي بلغت ١٩٦٧٠ ريالاً ؟ (للزوجة ¼ التركة ، للأخوة ½ التركة يقتسمونه على أن يكون للذكر مثل حظ الأنثيين ، وللعم مايبقى من التركة) .

٢ ـ الشركات

بند (٥٨) :

قد يتفق شخصان أو أكثر على تمويل مشروع تجـاري أو صناعي أو زراعي ويكونون شركة ، فيلتزم كل منهم بدفع مبلغ معين من رأسمالها ويحـرر بين

الشركاء عقـــد يذكر فيه ما دفعه كل منهم . ويقتسم الشركاء الأرباح عادة ويتحملون الخسائر بنسبة مادفعوه من رأسمال الشركة ، ولكن إذا كلف أحدهم بالاشراف على أعمال الشركة وإدارة شئونها فانه إما أن يتقاضى لقاء ذلك راتباً معيناً يقتطع من إيراد الشركة أو ينـال نسبة معينة من أرباح الشركة (بالاضافة الى حصته من الربح لقاء رأسماله) .

وتواجهنا في دراسة توزيع الأرباح في هذا النوع من الشركات ٤ حالات :

الحـــالة الأولى

« حالة تساوي رؤوس الأموال وتساوي المدد »

بند (٥٩) : مثال (١) :

اشترك بشار وحسان وحيان في عمل تجاري فدفعوا مبالغ متساوية . وكلف حيان بإدارة العمل لقاء ٨٪ من الربح . وفي نهاية السنة وجدوا أن الربح بلغ ٧٣٥٠ ريالاً ، فما نصيب كل منهم منه ؟

الحـــل :

يأخذ حيان لقاء إدارة العمل ٧٣٥٠ × ٠,٠٨ = ٥٨٨ ريالاً

ويقتسم الشركاء بالتساوي المبلغ البـــاقي وقدره ٧٣٥٠ — ٥٨٨ = ٦٧٦٢ ريالاً .

وذلك لتساوي رؤوس أموالهم وتساوي المدد .

فينال كل منهم ربحاً قدره ٦٧٦٢ ÷ ٣ = ٢٢٥٤ ريالاً .

∴ نصيب كل من بشار وحسان ٢٢٥٤ ريالاً .

ونصيب حيان ٢٢٥٤ + ٥٨٨ = ٢٨٤٢ ريالاً .

مثال (٢)

أسس بسام وأحمد ومحمود ونزار شركة رأسمالها ٢٧٥٠٠٠ ريال دفع كل منهم ربعه ، وكلف نزار بإدارتها لقاء $\frac{1}{8}$ الأرباح . فإذا كانت جملة ما أخذه نزار من الربح يعادل ٩ ٪ من رأسمال الشركة فما نصيب كل منهم من ذلك الربح ؟

الحل :

نصيب نزار من الربح = ٢٧٥٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ = ٢٤٧٥٠ ريالاً .

وهو يتألف من ربحه لقاء رأسماله وأجره لقاء إدارة الشركة .

بعد أن يأخذ نزار $\frac{1}{8}$ الارباح بسبب إدارته للشركة يبقى $\frac{7}{8}$ الارباح توزع على الشركاء الاربعة بالتساوي ،

فيكون نصيب كل منهم : $\frac{7}{8}$ ÷ ٤ = $\frac{7}{32}$ من الارباح

ويكون ما يأخذه نزار من الارباح = $\frac{1}{8}$ + $\frac{7}{32}$ = $\frac{11}{32}$ من الارباح وهو يعادل ٢٤٧٥٠ ريالاً .

∴ $\frac{11}{32}$ من الارباح يعادل ٢٤٧٥٠ ريالاً .

$\frac{١}{٣٢}$ من الأرباح يعادل $\frac{٢٤٧٥٠}{١١}$

$\frac{٧}{٣٢}$ من الأرباح يعادل $\frac{٢٤٧٥٠}{١١} \times ٧ =$ ١٥٧٥٠ ريالاً وهو نصيب كل من بسام وأحمد ومحمود .

تدريب ذهني :

١ ــ اشترك وليد وأختاه في تجارة بمبالغ متساوية على أن يأخذ وليد $\frac{١}{١٠}$ الربح لقاء إدارة العمل . فاذا بلغ الربح ٢٠٠ جنيه سعودي فانصيب كل من الشركاء ؟

٢ ــ اشترى سعيد وسمير وعدنان حقلاً دفع كل منهم ثلث ثمنه وباعوه بمبلغ ٤٦٠٠ ريال بعد أن دفع عدنان ١٠٠ ريال لنفقات معاملة البيع فكم يأخذ كل منهم ؟

الحالة الثانية

« حالة اختلاف رؤوس الأموال وتساوي المدد »

بند (٦٠) مثال (١) :

تعهد صقر وفهد وعبد الرحمن ومجاهد تعبيد طريق فربحوا ٣٩٠٠٠ ريال . فاذا كانوا قد دفعوا على الترتيب : ٨٠٠٠٠ ، ٥٠٠٠٠ ، ٩٥٠٠٠ ، ٣٥٠٠٠ ريال فما نصيب كل منهم من الربح ؟

الحـــل :

بما أن المدد متساوية فواضح أن ربح كل من الشركاء يتناسب مع رأس المال الذي دفعه فالأرباح توزع بنسب رؤوس الأموال :

صقر	فهد	عبد الرحمن	مجاهد
٨٠٠٠٠ :	٥٠٠٠٠ :	٩٥٠٠٠ :	٣٥٠٠٠
أي (بعد القسمة على ١٠٠٠) ٨٠ :	٥٠ :	٩٥ :	٣٥
أو (» » » ٥) ١٦ :	١٠ :	١٩ :	٧

فاذا نال صقر ١٦ جزءاً من الربح ينال فهد ١٠ أجزاء ، وعبد الرحمن ١٩ جزءاً ومجاهد ٧ أجزاء ومجموع الأجزاء = ١٦ + ١٠ + ١٩ + ٧ = ٥٢ جزءاً وهي تمادل الربح .

فالجزء الواحد يعادل ٣٩٠٠٠ ÷ ٥٢ = ٧٥٠ ريالاً

∴ نصيب صقر = ٧٥٠×١٦ = ١٢٠٠٠ ريال

ونصيب فهد = ٧٥٠×١٠ = ٧٥٠٠ ريال

ونصيب عبد الرحمن = ٧٥٠ × ١٩ = ١٤٢٥٠ ريالاً

ونصيب مجاهد = ٧٥٠ × ٧ = ٥٢٥٠ ريالاً

(التحقيق : مجموع الأنصبة ٣٩٠٠٠ ريالاً)

مثال (٢) :

اشترك حازم وخلدون وكمال وأنس في شراء أرض فخصهم على الترتيب : ٨٠٠م٢ ، ٦٨٠م٢ ، ٣٦٠م٢ ، ٢٤٠م٢ وعند دفع الرسوم للبلدية تبين أن مجموع ما دفعه كمال وأنس من الرسوم ٥٢,٥ ريال. فما الرسم الذي دفعه كل من الشركاء؟

الحـــل :

ان الرسوم المستحقة على كل منهم متناسبة مع مساحة أرضه .

	حازم	خلدون	كمال	انس
فالرسوم بنسبة الأعداد	٨٠٠ :	٦٨٠ :	٣٦٠ :	٢٤٠
أو	٨٠ :	٦٨ :	٣٦ :	٢٤
أو	٢٠ :	١٧ :	٩ :	٦ (وهي الأجزاء)

مجموع الأجزاء التي تعادل ما دفعه كمال وأنس ٩ + ٦ = ١٥ جزءاً

فالجزء الواحد يعادل ٥٢,٥ ÷ ١٥ = ٣,٥ ريال

فيكون ما دفعه حازم من الرسوم = ٣,٥ × ٢٠ = ٧٠ ريالاً

وما دفعه خلدون من الرسوم = ٣,٥ × ١٧ = ٥٩,٥ ريال

وما دفعه كمال من الرسوم = ٣,٥ × ٩ = ٣١,٥ ريال

وما دفعه أنس من الرسوم = ٣,٥ × ٦ = ٢١ ريال

مثال (٣) :

اشترك مازن وعمته في عمل تجاري فدفع مازن ٨٠٠٠ ريال ودفعت عمته ١٤٠٠٠ ريال واتفقا على ان ينال مازن $\frac{1}{12}$ من الأرباح لقاء إشرافه على العمل وفي نهاية السنة وجد أن نصيب مازن الكلي من الربح ٢٠٥٠ ريالاً . فكم تأخذ عمته ؟

الحـــل :

نصيب مازن وعمته = ١ − $\frac{1}{12}$ = $\frac{11}{12}$ من الأرباح

توزع عليهما بنسبة ٨٠٠٠ : ١٤٠٠٠

أو ٤ : ٧

فاذا كان نصيب مازن من الربح ٤ أجزاء يكون نصيب عمته ٧ أجزاء ، فيكون مجموع مايقتسمانه $\frac{11}{12}$ من الأرباح ويأخذ مازن جزءاً ($\frac{1}{12}$) لقاء إدارته العمل فيكون نصيبه ١ + ٤ = ٥ أجزاء

$\frac{5}{12}$ تعادل ٢٠٥٠

$\frac{1}{12} = \frac{2050}{5}$

فنصيب العمة $\frac{7}{12}$ يعادل $\frac{2050}{5} \times 7 = 2870$ ريالاً

تدريب شفهي :

١ ــ اشترى طارق وطلحة بضاعة فدفع طارق ٥٥ ريالاً ، وطلحة ٤٥ ريالاً . ثم باعا البضاعة بمبلغ ١٢٠ ريالاً ، فكم يخص كلا منهما من ثمن بيع البضاعة ؟

٢ ــ تشاركت وداد ووفاء في تجارة ، فدفعت الأولى ١٠٠٠ ريال ، ودفعت الثانية ٤٠٠٠ ريال ، وعند بيع البضاعة زاد نصيب وفاء عن نصيب وداد من الربح ١٨٠ ريالاً . فما نصيب كل منهما من الربح ؟

٣ ــ اشترك مازن وعمار وأسامة في شراء ما يلزم ليصنع مازن بعض الأزهار التزينية ويبيعونها . على أن يأخذ مازن $\frac{1}{4}$ الربح لقاء صنعها عدا نصيبه عن رأسماله . فاذا دفعوا على الترتيب ٢٠٠ ، ٣٠٠ ، ٢٥٠ ريالاً وكان الربح ١٠٠ ريال فما حصصهم منه ؟

تمارين :

١ ــ تشارك علي وعمر في شراء مزرعة دفع كل منهما نصف قيمتها وقد اتفقا على أن ينال عمر ٢٠٪ من الربح لقاء إدارة العمل . فاذا كانت الأرباح ٤٢٠٠٠ ريال فكم ينال كل منهما منها ؟

٢ ــ أسس رشيد وعماد وعدنان شركة برأسمال قدره ١٩٠٠٠ ريال ، وضع منها عماد ١٠٠٠ ريال زيادة عما وضعه كل من الآخرين . فاذا بلغ الربح في آخر السنة ٣٧٤٣ ريالاً فما نصيب كل منهم من الربح ؟

٣ ــ اشترك مروان وميسر وغازي في شراء مصنع فدفع مروان نصف كلفته ودفع ميسر ثلثها ودفع غازي الباقي واتفقوا على أن يأخذ غازي $\frac{1}{5}$ الربح لقاء إدارة المصنع ، وبعد سنة من بدء العمل تقاسموا الربح وهو ٢٤٠٥٠ ريال . فكم يأخذ كل منهم ؟

٤ ــ اشترت مؤمنة وحنين وفردوس وهشام معملا لمنتجات الألبان سددوا ثمنه بأن وضعوا على الترتيب ٩٠٠٠ ، ١٢٠٠٠ ، ٢٤٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ ريال . وقام هشام بإدارة المعمل لقاء ١٢ ٪ من الربح . وعند توزيع الربح كان مجموع ما خص هشام من الربح ٢٨٠٠ ريال . فما نصيب كل من شريكاته ؟

الحالة الثالثة :

« حالة تساوي رؤوس الأموال واختلاف المدد »

بند (٦١) :

نظراً لتساوي رؤوس الأموال فان أنصبة الشركاء تتناسب مع مدد توظيف رؤوس أموالهم في الشركة (أي مدد وضع رؤوس الأموال فيها) .

مثال (١) :

اشترك أحمد وسلمان في تجارة فوضع كل منهما ٨٠٠٠ ريال . وبعد ٣ شهور انضم إليهم حسن بمبلغ ٨٠٠٠ ريال ، وبعد شهر آخر انضم اليهم خلدون برأسمال قدره ٨٠٠٠ ريال وبعد مضي سنة على تأسيس الشركة حسبوا الخسارة فبلغت ١٢٣٠ ريالاً . فحلوا الشركة . فكم كانت خسارة كل منهم ؟

الحل :

بما أن المبالغ متساوية فالأنصبة متناسبة مع مدد توظيف المبالغ وهي (بالأشهر) : ١٢ ١٢٠ ٩ ٨

فاذا تحمل أحمد ١٢ جزءاً من الخسارة يتحمل سلمان ١٢ جزءاً ، وحسن ٩ أجزاء ، وخلدون ٨ أجزاء ومجموع الأجزاء ٤١ جزءاً تعادل ١٢٣٠ ريالاً .

والجزء يعادل ١٢٣٠ ÷ ٤١ = ٣٠ ريالاً .

∴ خسارة كل من حمد وسلمان ٣٠×١٢ = ٣٦٠ ريالاً

وخسارة حسن ٣٠×٩ = ٢٧٠ ريالاً

وخسارة خلدون ٣٠×٨ = ٢٤٠ ريالاً

(التحقيق : ٣٦٠ + ٣٧٠ + ٢٧٠ + ٢٤٠ = ١٢٣٠)

مثال (٢) :

أسس عادل محلا تجارياً بمبلغ ٤٠٠٠٠ ريال وبعد ٧ شهور من بدء العمل عرض عليه زميله نضال توسيع العمل بأن يضع مبلغاً مساوياً لمبلغ عادل واتفقا على أن ينال عادل ٣٢٪ من الربح الكلي لقاء إدارة المحل . وفي نهاية السنة بلغ الربح ٢٥٪ من رأس المال الكلي . فكم يخص كلا منهما من الربح ؟

الحـــل :

رأس المال الكلي = ٤٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠ = ٨٠٠٠٠ ريال

الربح الكلي = ٨٠٠٠٠ × $\frac{٢٥}{١٠٠}$ = ٢٠٠٠٠ ريال

ما يأخذه عادل لقاء إدارة العمل = ٢٠٠٠٠ × $\frac{٣٢}{١٠٠}$ = ٦٤٠٠ ريال

مـــا يأخذه عادل ونضال ربحاً عن رأس المال = ٢٠٠٠٠ – ٦٤٠٠ = ١٣٦٠٠ ريال

وهو يقسم بنسبة ١٢ شهراً الى ٥ أشهر

فاذا نال عادل ١٢ جزءاً ينال نضال ٥ أجزاء ، ومجموع الأجزاء = ١٧ جزءاً .

الجزء يعادل : ١٣٦٠٠ ÷ ١٧ = ٨٠٠ ريال

وينال عادل لقاء رأسماله ٨٠٠×١٢ = ٩٦٠٠ ريال

ويصبح ما يخصه من الربح ٩٦٠٠ × ٦٤٠٠ = ١٦٠٠٠ ريال

أما نضال فينال ٨٠٠ × ٥ = ٤٠٠٠ ريال .

تدريب :

١ – اشترك مروان وعدنان في تجارة بمبلغين متساويين على أن يأخذ عدنان $\frac{١}{٨}$ الربح لقاء إدارة العمل . وبعد ٦ شهور انضم أحمد بمبلغ يساوي مبلغ أحدهما ثم انضم كنعان بعد شهرين بمبلغ مماثل وفي نهاية سنتين من بدء الشركة اقتسموا الأرباح وقدرها ٣٢٨٠٠ ريال فكم يخص كلا منهم ؟

٢ ـ اشترك نزيه وعبد الرحمن وسعد في تجارة بمبالغ متساوية : الأول منذ بدء السنة والثاني بعده بشهرين والثالث بعد الثاني بخمسة شهور على أن يأخذ نزيه من الربح الكلي لقاء ادارة العمل . وفي نهاية السنة بلغ ما خص نزيهاً من الربح ٣٠٠٠ ريال فما نصيب كل من زميليه ؟

الحالة الرابعة

« حالة اختلاف رؤوس الأموال واختلاف المدد »

بند (٦٢) مثال (١) :

اشترى غسان محلا تجارياً بمبلغ ٩٠٠ جنيه وبعد ٥ شهور انضم إليه حازم بمبلغ ٦٠٠ جنيه . وفي نهاية السنة اقتسما الربح وقدره ٣٨٤ جنيهاً . فكم جنيهاً حصة كل منهما ؟

الحـــل :

إن ربح مبلغ ٩٠٠ جنيه لمـــدة ١٢ شهراً يعادل ربح (٩٠٠ × ١٢) جنيهاً لمدة شهر .

وربح مبلغ ٦٠٠ جنيه لمـــدة ٧ شهور يعادل ربح (٦٠٠ × ٧) جنيهاً لمدة شهر .

∴ نقسم الربح وهو ٣٨٤ جنيهاً بنسبة ٩٠٠ × ١٢ : ٦٠٠×٧

أي بنسبة ٩ × ١٢ : ٦×٧

أو ٩ × ٢ : ٧

أو ١٨ : ٧

∴ عدد الأجزاء ١٨ − ٧ = ٢٥ جزءاً .

فنصيب غسان $\frac{١٨}{٢٥}$ × ٣٨٤ = ٢٧٦,٤٨ جنيهاً

ونصيب حازم $\frac{٧}{٢٥}$ × ٣٨٤ = ١٠٧,٥٢ جنيهاً

مثال (٢) :

اشترك مازن وموفق في شراء مزرعة فدفع الأول ٥٣٠٠٠ ريال ودفع الثاني ٨٠٠٠٠ ريال على أن يأخذ مازن $\frac{١}{٤}$ الربح الكلي لقاء إدارة العمل . وبعد ٩ أشهر أرادوا تحسين المزرعة فانضم إليهم صفوح بمبلغ ٣٦٠٠٠ ريال وبعد ٣ سنوات من شراء المزرعة اقتسموا ربحها وقدره ٤٥٠٠٠ ريال فكم خص كلاً منهم ؟

الحـــل :

يأخذ مازن لقاء إدارة العمل ٤٥٠٠٠ × $\frac{١}{٤}$ = ٥٠٠٠ ريال

ويبقى ٤٥٠٠٠ − ٥٠٠٠ = ٤٠٠٠٠ ريال توزع لقاء رؤوس الأموال .

مدة مبلغ مازن وموفق ٣٦ شهراً .

مدة مبلغ صفوح ٢٧ شهراً .

إن ربح ٥٣٠٠٠ ريال لمدة ٣٦ شهراً يعادل ربح ٥٣٠٠٠ × ٣٦ ريالاً لمدة شهر

وربح ٨٠٠٠٠ ريال لمدة ٣٦ شهراً يعادل ربح ٨٠٠٠٠ × ٣٦ ريالاً لمدة شهر

وربح ٣٦٠٠٠ ريال لمدة ٢٧ شهراً يعادل ربح ٣٦٠٠٠ × ٢٧ ريالاً لمدة شهر

∴ نقسم الربح وهو ٤٠٠٠٠ بالنسب :

$$\frac{\text{مازن}}{٣٦\times٥٣٠٠٠} : \frac{\text{موفق}}{٣٦\times٨٠٠٠٠} : \frac{\text{صفوح}}{٢٧\times٣٦٠٠٠}$$

أي (بعد القسمة على ١٠٠٠ × ٣٦) ٥٣ : ٨٠ : ٢٧

فإذا اعتبرت أجزاءً كان مجموعها ١٦٠ جزءاً .

∴ ينال مازن لقاء رأسماله $\frac{٥٣}{١٦٠}$ × ٤٠٠٠٠ = ١٣٢٥٠ ريالاً .

ويصبح مجموع ما يخص مازناً ١٣٢٥٠ ÷ ٥٠٠٠ = ١٨٢٥٠ ريالاً .

وينال موفق $\frac{٨٠}{١٦٠}$ × ٤٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ ريال .

وينال صفوح $\frac{٢٧}{١٦٠}$ × ٤٠٠٠٠ = ٦٧٥٠ ريالا .

تدريب شفهي :

١ – اشترى براء دكاناً خشبياً (صندقة) بمبلغ ٥٠ جنيهاً وبعد ٤ شهور انضم إليه محمد بمبلغ ٤٠ جنيهاً . وبعد ذلك بشهرين اقتسما ربحاً قدره ٣٨٠ ريالاً . فكم ريالاً خص كلا منهما ؟

٢ – اشترك عبد القادر وهاشم في عمل تجاري فدفع كل منهما ١٠٠ دينار وبعد ٦ أشهر انضم إليهما محمود بمبلغ ٥٠٠ دينار . فكم يخص كلا منهم من الربح الذي بلغ ١٦٠٠ دينار بعد ذلك بأربعة شهور .

تدريب كتابي :

١ – اشترك نبيل وخالد وأحمد في عمل تجاري فدفع نبيل ٥٠٠٠ ريال لمدة سنة ودفع خالد ٨٠٠٠ ريال لمدة ٥ أشهر منها ودفع أحمد ١٠٠٠٠ ريال لمدة ٧٥ يوماً فقط . فاذا كان ربحهم في تلك السنة ٨٧٥ ريالاً فما نصيب كل منهم ؟

٢ ــ اشترى بسام محلا تجارياً بمبلغ ٨٠٠٠٠ ريال وبعد ٤ أشهر انضم اليه هشام بمبلغ ٦٠٠٠٠ ريال على أن يأخذ بسام ٢٠٪ من الأرباح الكلية لقاء إدارة العمل . وبعد سنة ونصف من انضمام هشام اقتسما ربحاً قدره ٨٨٧٥٠ ريالاً فكم يخص كلا منهما ؟

تمارين متنوعة على الشركات

١ ــ اشترك شخصان في تجارة بمبلغين متساويين على أن ينال الأول ١٠٪ من الربح لقاء الاشراف على العمل ، و ٤٪ من الربح لقاء شهرته في التجارة ، وفي نهاية السنة بلغت الأرباح ٣٠١٠٠ ريال فما نصيب كل منهما ؟

٢ ــ شكل منير وخالد وكمال شركة بمبالغ متسارية ، على أن ينال خالد $\frac{1}{7}$ الأرباح لقاء إدارة الشركة وبعد مدة اقتسموا الربح فكان مجموع ما خص خالداً ٣٩٠٠٠ ريال . أحسب نصيب كل من منير وكمال .

٣ ــ اشترك الاخوة علي وقاسم ومحمود في تجارة فدفع الأول ٢٤٠٠ ريال والثاني ٣٦٠٠ ريال والثالث ١٢٠٠ ريال ، وبعد سنة بلغت أرباحهم ٢٨٨٠ ريالاً . فما نصيب كل منهم ؟

٤ ــ تكونت شركة من خالد وعبد القادر وعبد العزيز وبديع برأسمال قدره (٣٩٢٠٠) ريال فدفع خالد ٨٤٠٠ ريال وعبد القادر ٧٠٠٠ ريال وعبد العزيز ١١٢٠٠ ريال ودفع بديع الباقي . وبعد مدة ألغيت الشركة لأنها خسرت ٩٤٣٦ ريالاً . فكم خص كلا منهم من الخسارة ؟

٥ ــ اشترك محمود وهشام ومحمد ومروان في إقامة دار للنشر بمبالغ متناسبة مع ٤ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ على الترتيب واتفقوا على أن ينال محمود $\frac{1}{7}$ الربح لقاء

إدارة العمل وأن ينال هشام ½ الربح لقاء خبرته الفنية . وفي نهاية السنة بلغ ما خص محموداً ٢٨٠٠٠ ريال فكم يخص كلاً من شركائه ؟

٦ ــ اشترك شخصان في تأسيس معمل لصنع الكراسي، فدفع الأول ٨٠٠٠٠ ريال والثاني ٥٠٠٠٠ ريال وبعد ٨ شهور احتاجوا الى مال لاستكمال المصنع فاشترك معهم شخص ثالث بمبلغ ٤٠٠٠٠ ريال . وفي نهاية السنة الثانية من تأسيس المصنع اقتسموا ربحاً قدره ٤٠٠٤٤ ريالاً فما نصيب كل منهم ؟

٧ ــ يريد ثلاثة إخوة اقتسام ربح قدره ٤٤٤٠٠ ريال من عمل تجاري بدأه أكبرهم منذ سنتين بمبلغ ٥٠٠٠٠ ريال ، وانضم إليه الأوسط منذ سنة ونصف بمبلغ ٣٠٠٠٠ ريال وانضم اليهما الأصغر منذ سنة بمبلغ ٤٠٠٠٠ ريال. فما نصيب كل من الاخوة منها ؟

٨ ــ اشترك ياسر وعمار في تشييد عمارة كلفتها ٢٢٤٥٠٠ ريال . وقد دفع عمار في البدء مبلغ ٢٥٠٠٠ ريال وبعد ٤ أشهر دفع ياسر باقي ثمن العمارة . فاذا بيعت العمارة بعد البدء ببنائها بمدة ٢٠ شهراً بمبلغ ٢٧٨٠٠٠ ريال فكم يقبض كل منهما من ذلك الثمن ؟

٩ ــ اشترك محمد وعبد الرحمن في تجارة برأسمال قدره ٨٠٠٠ ريال دفعاه مناصفة . وبعد ٦ شهور انضم اليهما سعيد برأسمال قدره ١٠٠٠٠ ريال على أن يكون له نصيب من الأرباح ولايتحمل خسارة . وبعد مضي سنة على بدء التجارة بلغت الخسارة ٣٠٠٠ ريال حسمت من أموال محمد وعبد الرحمن . وفي السنة الثانية ربحت التجارة ٩٦٠ ريالاً . أوجد نصيب كل منهم من أرباح العام الثاني علماً بأن ½ الارباح توزع بين محمد وعبد الرحمن مناصفة لقاء إدارة العمل.

المقاييس الإسلامية

التقدير وحاجة الإنسان للمقاييس :

للتقدير دور هام في حياة الإنسان اليومية . فهو يحتاج مثلًا إلى معرفة طول القماش اللازم لثوبه ، ومساحة أرضه ، ومقدار زكاة ماله .

كما أن للتقدير أهمية كبرى في مجال العلم والمعرفة ، فالدين والتاريخ ... والفيزياء والكيمياء والطب ... وغيرها من العلوم بحاجة إلى تقدير الكميات التي تبحث فيها من حيث الوزن والحجم والطول والسعة والزمن والقيمة ...

وإذا أردت تقدير كمية : كطول ثوب مثلًا ، فإنك توازن (تقارن) هذا الطول بطول معروف تعتبره وحدة للقياس ، وتقدر : كم يساوي طول الثوب من هذا الطول المعروف .

تطور المقاييس :

احتاج الإنسان منذ القدم إلى الموازنة بين المقادير المختلفة كالمسافات التى يقطعها ، ومساحات الأراضي التي يحرثها ، والأزمنة التي يستغرقها في إنجاز أعماله .. من أجل ذلك بدأ باستخدام وحدات للقياس مألوفة لديه . فاستعان ببعض أجزاء جسمه أحيانًا لقياس الأطوال : كالشبر والذراع والباع والقدم والخطوة . واستخدم الذراع المربعة في قياس المساحات ، والذراع

المكعبة في قياس الحجوم ، كما اعتبر وزن ما يملأ إحدى وحدات السعة من مادة معينة وحدة لقياس الوزن ، واستعمل في قياس السعة الحفنة والآنية التي يستعملها في طعامه أو شرابه ..

هذا وإن جميع الأُمم عبر التاريخ ، قد أسهمت في وضع أنظمة للقياس وتطوير وحداته ووسائله وطرقه . وهي تسعى الآن لاتخاذ نظام عالمي موحد ليسهل تداوله في جميع البلدان ؛ ولهذا تخلت كثير من الأُمم عن مقاييسها القديمة وطبقت النظام المتري لبساطته وسهولة حساباته .

القياس في ظل الحضارة الإسلامية :

بلغ الاهتمام بوحدات القياس مبلغًا كبيرًا في ظل الحضارة الإسلامية ، ذلك لأن الإسلام دين ودنيا عبادة ومعاملة . . . فقد دعا الله في كتابه العزيز إلى الأمانة في المعاملة والدقة بالقياس في مواضع كثيرة كقوله تعالى : « وَأَوْفُوا ٱلْكَيْلَ إِذَا كِلْتُمْ وَزِنُوا بِٱلْقِسْطَاسِ ٱلْمُسْتَقِيمِ [١] . « وَأَقِيمُوا الْوَزْنَ بِالْقِسْطِ وَلَا تُخْسِرُوا الْمِيزَانَ [٢] . ونهى عن التطفيف وأنذر المطففين بالويل والعذاب . كما أمر الإسلام الحنيف بإيتاء الزكاة « كُلُوا مِنْ ثَمَرِهِ إِذَا أَثْمَرَ ، وَآتُوا حَقَّهُ يَوْمَ حَصَادِهِ [٣] . وشرع قسمة الميراث بالعدل ، كل هذه الأُمور كانت الباعث للمسلمين على اعتماد أنظمة دقيقة لتقدير الأطوال والمساحات والأوزان والأثمان .

(١) سورة الإسراء الآية ٣٥ .
(٢) سورة الرحمن الآية ٩ .
(٣) سورة الأنعام الآية ١٤١ .

وكذلك فإن تحديد اتجاه القبلة وتوسع رقعة البلدان الإسلامية اضطر المسلمين إلى تحديد المناطق والبلدان ومعرفة مواقعها واتجاهاتها ، مما دعاهم إلى الاهتمام برصد الكواكب وتحديد الجهات الأربع الأصلية والجهات الفرعية ، وهذا يتطلب الدقة في قياس الزوايا ، واختيار وحدات مناسبة لهذا القياس .

كما أن المحافظة على أداء العبادات في أوقاتها (من صلاة وصوم وحج) دعا المسلمين إلى العناية بقياس الزمن وابتكار أجهزة تساعد على ذلك .

ولعل مما يدل على دقة أنظمة المسلمين في القياس صغر الوحدات التي كانوا يستعملونها والنتائج الدقيقة التي توصل إليها علماؤهم وباحثوهم في قياس محيط الأرض وإعداد الجداول الفلكية (الأزياج) وقد اهتم رسول الله صلى الله عليه وسلم بتقدير مقاييس الكيل والوزن حيث قال :

« المكيال مكيال أهل المدينة ، والوزن وزن أهل مكة » .

كما اهتم عمر بن الخطاب رضي الله عنه بتوحيد الدراهم المتنوعة والمستعملة آنذاك حيث جمع الدرهم البعلي والدرهم الطبري فكان ١٢ دانقًا فأخذ نصفها فكان ستة دوانيق .

وإن أصغر ما توصل إليه علماء المسلمين من وزن هو الهباء $\frac{١}{١٧٤١٨٢١}$ من الحبة = ٠٫٠٠٠٠٠٠٣ غم .

نماذج من المقاييس الإسلامية

مقاييس الوزن الإسلامية :

- استعمل المسلمون في قياس الوزن : الدرهم وأضعافه (كالمثقال والرطل) وأجزاؤه (كالدانق والقيراط والحبة) .
- من أهم أضعاف الدرهم : المثقال والعلاقة بينهما هي :

كل ١٠ دراهم	= ٧ مثاقيل
فيكون الدرهم	= $\frac{٧}{١٠}$ المثقال
والمثقال	= $\frac{١٠}{٧}$ الدرهم = $١\frac{٣}{٧}$ درهم

- ونلاحظ أن :

الدرهم الشرعي	= ٣ غرامات تقريبًا
فيكون المثقال	= $\frac{١٠}{٧} \times ٣$ = $٤\frac{٢}{٧}$ غم تقريبًا
ويكون الغرام	= $\frac{١}{٣}$ الدرهم الشرعي تقريبًا

مثال (١) :

حول ٤٩٠ درهمًا إلى مثاقيل ثمّ إلى غرامات .

الحل : الدرهم = $\frac{٧}{١٠}$ مثقال

إذن ٤٩٠ درهمًا = ٤٩٠ × $\frac{٧}{١٠}$ = ٣٤٣ مثقالًا

وكذلك ٤٩٠ درهمًا = ٤٩٠ × ٣ = ١٤٧٠غم .

مثال (٢) :

حول ٢,٧ كغم إلى دراهم ثم إلى مثاقيل .

الحل : ٢,٧ كغم = ٢٧٠٠ غم .

= ٢٧٠٠ ÷ ٣ = ٩٠٠ درهم

وكذلك فإن ٩٠٠ درهم = ٩٠٠ × $\frac{٧}{١٠}$ = ٦٣٠ مثقالاً

مقاييس الكيل الإسلامية :

المكيال مكيال أهل المدينة ، وهو الصاع ومن أجزائه (المد).

والصاع = ٤ أمداد ، فيكون المد = $\frac{١}{٤}$ صاع

والصاع المتوارث في المدينة المنورة يتسع لمقدار ٣٥٢٠ سم^{٣} تقريبًا . أي أن :

الصاع النبوي = ٣,٥٢ لتر تقريبًا .
المد النبوي = ٣٥٢٠ ÷ ٤ = ٨٨٠ سم^{٣} تقريبًا
فاللتر $\frac{١}{٣,٥}$ = $\frac{٢}{٧}$ الصاع تقريبًا .

مثـــال :

أخرج رجل زكاة محصوله من القمح فكانت ٣١٥٠ لترًا ، فكم صاعًا أخرج ؟ وكم كان محصوله إذا كانت زكاة النبات تخرج بمعدل ١٠٪ ؟ .

الحل : الزكاة بالصاع = ٣١٥٠ ÷ ٣,٥ = ٩٠٠ صاع

∴ مقدار المحصول = ٩٠٠ ÷ $\frac{١٠}{١٠٠}$

= $\frac{٩٠٠}{١٠}$ × ١٠٠ = ٩٠٠٠ صاع

العلاقة بين مقاييس الكيل والوزن الإسلامية :

قدر العلماء الصاع بما يتسع لمقدار ٤٨٠ مثقالاً من الشعير .

فيتسع المد لمقدار = ٤٨٠ ÷ ٤ = ١٢٠ مثقالاً من الشعير .

مثـــال :

اوجد ما يتسع له كل من الصاع والمد من الشعير بالغرامات .

الحل :

١ ـ يتسع الصاع لمقدار = ٤٨٠ مثقالاً من الشعير

= ٤٨٠ × ٤$\frac{٢}{٧}$

= ٢٠٥٧ $\frac{١}{٧}$ غم من الشعير .

٢ ـ المد = $\frac{١}{٤}$ صاع = ٢٠٥٧ $\frac{١}{٧}$ ÷ ٤

= ٥١٤ $\frac{٢}{٧}$ غم من الشعير .

أوزان وحدات النقد العربي السعودي :

إن الريال العربي السعودي الفضي يعادل أصلاً قيمة ماوزنه ٢ $\frac{١}{٢}$ مثقال من الفضة .

والجنيه العربي السعودي الذهبي يعادل أصلاً قيمة ماوزنه ١ $\frac{٢}{٣}$ مثقال من الذهب .

فيكون الريال قيمة ماوزنه

= ٢ ١/٢ × ١٠/٧ × ٣ = ١٠ ٥/٧ غم من الفضة

ويكون الجنيه قيمة ماوزنه

= ١ ٢/٣ × ١٠/٧ × ٣ = ٧ ١/٧ غم من الذهب

تمـــارين

(١) وُجد أن صاعًا من الشعير يزن ٤٨٠ مثقالًا . فكم غرامًا يزن اللتر من هذا الشعير ؟ .

(٢) يعتبر الماءُ شرعًا ماءً كثيرًا إذا بلغ قلتين . فإذا علمت أن قلتي الماء ٧٥ر٩٣ صاعًا تقريبًا . فكم لترًا من الماء سعة القلتين ؟

(٣) كفارة اليمين إطعام عشرة مساكين ، لكل صاع من القمح ، فكم لترًا من القمح تبلغ كفارة اليمين ؟ وإذا كان وزن اللتر من ذلك القمح ٤/٧ ٩٠٨ غم فكم كيلوغرامًا وزن الصاع من هذا القمح ؟ وكم كيلوغرامًا مقدار كفارة اليمين ؟

(٤) زكاة الفطر صاع من غالب قوت البلد ، فإذا أخرجت أسرة عدد أفرادها (٨) أشخاص زكاة الفطر من القمح ، فكم لترًا تخرج ؟ وإذا كانت زنة المد من ذلك القمح ٦٢٠ غم ، فكم كيلوغرامًا تخرج هذه الأسرة ؟ .

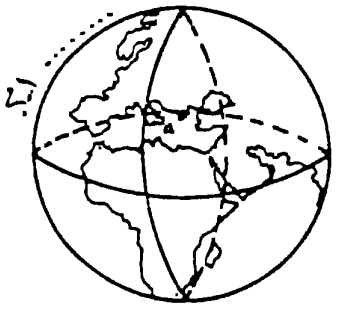
(٥) إذا علمت أن نصاب زكاة النبات ٥ أوساق ، والوسق ٦٠ صاعًا . فكم لترًا يعادل نصاب زكاة النبات ؟ .

مقاييس الطول

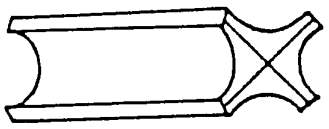
أولا ـ مقاييس الطول المترية (الفرنسية) :

تعلم أن المتر هو وحدة لقياس الطول وأن رمزه (م) ، والمتر يساوي (تقريباً) جزءًا من ٤٠ مليون جزء من محيط الكرة الأرضية (شكل ١) .

وقد صنع نموذج للمتر من البلاتين المخلوط بالإيريديوم وحفظ في متحف (سيغر) بفرنسا بالقرب من باريس بدرجة الصفر مئوية (شكل ٢) .



(شكل ١)



(شكل ٢)

وحدات الطول المترية :

للمتر ٣ أجزاء هي :	وللمتر ٣ أضعاف هي:
الديسيمتر (دسم) = ٠,١م.	الديكامتر (دام) = ١٠ م
السنتيمتر (سم) = ٠,٠١م	الهيكتومتر (هم) = ١٠٠ م
المليمتر (مم) = ٠,٠٠١م	الكيلومتر (كم) = ١٠٠٠م

تقاس الأبعاد الصغيرة بالمتر وأجزائه ، بينما تقاس المسافات الكبيرة بأضعاف المتر .

التحويل من وحدة إلى أخرى :

إذا أردت تحويل ٢٣ كم إلى أمتار تقول :

٢٣ كم = ٢٣ × ١٠٠٠ = ٢٣٠٠٠ م (لأن ١ كم = ١٠٠٠م).

وإذا أردت تحويل ٨٥٠٠ م إلى (كم) تقول :

٨٥٠٠ م = ٨٥٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٨,٥ كم .

وكذلك إذا أردت تحويل ٦٠٠٠ سم إلى (دسم) :

٦٠٠٠ سم = ٦٠٠٠ ÷ ١٠ = ٦٠٠ دسم (لأن كل ١ دسم = ١٠ سم) .

وإذا أردت تحويل ٣٠٠٠ مم إلى (م) :

٣٠٠٠ مم = ٣٠٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٣ م (لأن كل ١ م = ١٠٠٠ مم) .

تدريب : أكمل ما يلي بمجرد النظر :

١ مم = ٠,١سم = ... دسم = ... م = ... كم .

٧ سم = ٠,٠٧ م = ... دسم = ... مم.

٥ كم = ٥٠٠٠ م = ... دسم = ... سم = ... مم.

قراءة وكتابة مقاييس الطول المترية :

أمثلة : ٣,٦٥٧ كم = ٣ كم + ٠,٦٥٧ كم

= ٣ كم + ٦٥٧م ويقرأ ٣ كم و٦٥٧ م

٦٧,٤٢ كم = ٦٧ كم + ٠,٤٢ كم

= ٦٧ كم + ٤٢٠م ويقرأ ٦٧ كم و٤٢٠م

٨٣٠٥ م = ٨٠٠٠م + ٣٠٥م

= ٨ كم + ٣٠٥م ويقرأ ٨كم و٣٠٥م

١٦,٥٣٢ م = ١٦ م + ٠,٥٣٢ م

= ١٦ م + ٠,٥ م + ٠,٠٣٢ م

= ١٦ م + ٥ دسم + ٠,٣٢ دسم

= ١٦ م + ٥ دسم + ٠,٣ دسم + ٠,٠٢ دسم

= ١٦ م + ٥ دسم + ٣ سم + ٠,٢ سم

= ١٦ م + ٥ دسم + ٣ سم + ٢ مم

ويقرأ : ١٦ م و ٥ دسم و ٣ سم و ٢ مم

٣٤٥ سم = ٣٠٠ + ٤٠ سم + ٥ سم

= ٣ م + ٤ دسم + ٥ سم

ويقرأ : ٣ م و ٤ دسم و ٥ سم

ملاحظة هامة :

عند التحويل من وحدة إلى أخرى ننقل الفاصلة العشرية يميناً أو يساراً بعدد الأصفار المحددة لكل وحدة .

أمثلة :

(١) ١٢٢,٥مم ١٢,٢٥سم = ١,٢٢٥ دسم = ٠,١٢٢٥ م

(٢) ٣,٢٠٤ م = ٣٢,٠٤ دسم = ٣٢٠,٤ سم = ٣٢٠٤ مم

(٣) ١٢١٠ م = ١,٢١٠ كم

(٤) ١٠,٥ كم = ١٠٥٠٠ م

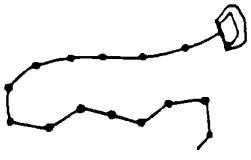
(٥) إذا كان طول طريق = ٤٦٩ م .

فهو = ٤٦٩٠ دسم = ٤٦٩٠٠ سم

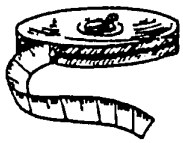
مقاييس الطول المستعملة :

هناك أجهزة تستعمل لقياس الأطوال نذكر أهمها :

- الديكامتر والديكامتر المضاعف : يصنعان بشكل سلسلة من القطع طول كل قطعة منها ٢٠ سم ، (شكل ٣) . أو يصنعان من القماش المشمع بشكل شريط داخل علبة (شكل ٤) ويستعملها المساحون في قياس المسافات الطويلة .



(شكل ٣)



(شكل ٤):

- المتر والمتر المضاعف :

يصنعان من الخشب أو المعدن أو القماش . وقد يتألف كل منهما من عدة قطع قابلة للطي (كالمتر المطوي) أو تكون ضمن علبة معدنية .

- كما أن هناك مساطر تصنع للأغراض العلمية والفنية بطول ١٠٠ سم ، ٥٠ سم ، ٣٠ سم ، ٢٠ سم ، ١٠ سم .

مثال (١) :

اشترى رجل ٨ م من قماش ، وقد زاد له البائع ٨ سم بعد قياس الطول المطلوب ، فإذا كان المتر المستعمل ينقص عن المتر الصحيح بمقدار ٧,٥ مم (بسبب كثرة الاستعمال) فهل أوفى البائع أم طفف ؟ وكم سنتيمتراً كان النقص أو الزيادة . ؟

الحل :

مقدار النقص الذي حصل في قياس ٨ م = ٨ × ٧,٥ = ٦٠ مم = ٦ سم . أخذ الرجل زيادة عن استحقاقه = ٨ - ٦ = ٢ سم من القماش .

فيكون البائع قد أوفى ولم يطفف .

مثال (٢) :

اوجد محيط أرض مستطيلة الشكل طولها ٢٥ م و٦٠٠ سم وعرضها ١٨٥ دسم .

الحل :

نحول الوحدات السابقة إلى وحدة مشتركة ولتكن السنتيمتر.

٢٥ متر = ٢٥ × ١٠٠ = ٢٥٠٠ سم

∴ طول الأرض = ٢٥٠٠ + ٦٠ = ٢٥٦٠ سم

عرض الأرض = ١٨٥ × ١٠ = ١٨٥٠ سم

محيط الأرض = ٢ (٢٥٦٠ + ١٨٥٠) = ٢ × ٤٤١٠

= ٨٨٢٠ سم = ٨٨,٢٠ م

قياس الأبعاد الصغيرة :

لما كان هناك أجساماً صغيرة جداً لا ترى بالعين المجردة كالجراثيم وكريات الدم وغيرها ، فإننا نحتاج في تقديرها إلى وحدة قياس صغيرة جداً ولذلك استعمل الميكرون .

الميكرون (ميك) = ٠,٠٠١ مم .

مثال :

إذا كان طول جرثومة ٨ ميك ، فما طولها الظاهري بواسطة مجهر مجال تكبيره ١٠٠٠ مرة ؟

الحل :

الطول الظاهري = ٨ × ١٠٠٠ = ٨٠٠٠ ميك

= ٨٠٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٨ مم

تمارين ذهنية :

(١) كم سنتيمتراً في : ١ دسم ، ١٢م ، ٣ كم ، ٢٠ مم

(٢) أكمل ما يلي : الطول ١٦٥٣,٤٢٧ م = ١ كم و ٠٠٠ م و ٠٠٠٤ و ٠٠٠٢ و ٠٠٠٧ .

(٣) أكمل : الطول ٥٠٨ سم = ٠٠٠٠٥ و ٠٠٠٠٠٨ .

(على أي وحدة يدل الصفر في هذا العدد ؟)

تمـــارين

(١) اكتب الأطوال الآتية بالوحدات المبينة بجانبها :

٢٧٩٠م و١٥٠٠دسم = ٠٠٠٠ كم ١ كم و٧٥٠م = ٠٠٠٠ م

٧٤٨سم = ٠٠٠٠م ٢ كم و٢٥ دسم = ٠٠٠٠م

٤٥م و١٦ مم = ٠٠٠٠ سم ٢٥م و١٢سم = ٠٠٠٠ دسم

(٢) احسب ناتج ما يلي :

(أ) ٤ كم و ٢٣ م و ٦٥ مم = ٠٠٠٠ م

٥٠٨ م و ٤٥ سم = ٠٠٠٠ م

١ كم و ٥ م و ٢٣٦ مم = ٠٠٠٠ م

والمجموع = ٠٠٠٠ م

(ب) (٦٤٠م و٢٧دسم و٨مم) ـ (٣٤٢م و٧دسم و٢٤سم)

= ٠٠٠٠ م

٢٤٥,٥م ـ ٣٨٥سم = ٠٠٠٠ مم

(٣) كم أنبوباً (ماسورة) يلزم لجر مياه بئر يبعد عن إحدى المدن ٩ كم ، إذا كان طول الأنبوب ٣٦٠ سم ؟

(٤) لف رجل سلكاً حول قطعة من الأرض على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $\frac{1}{2}$ كم و ٢٫٥ م ، فإذا لف السلك ٥ لفات ، وكانت كلفة المتر منه ٠٫٤ ريال فما كلفة السلك ؟

(٥) دارت سعاد حول محيط بستان مستطيل الشكل ثلاث دورات فاستغرقت ساعة وربع الساعة ، فإذا كانت تقطع ٤٧ متراً في الدقيقة ، فكم متراً طول البستان إذا كان عرضه يساوي نصف طوله ؟

(٦) إذا كان طول جرثوم التيفوئيد (حمى الأمعاء) ٣٠ميكرون فما طولها الظاهري بواسطة مجهر يكبر ٢٥٠٠ مرة ؟

ثانياً ـ مقاييس الطول الإنجليزية

إن الوحدة الأساسية للطول في المقاييس الإنكليزية هي « الياردة » وهو طول ثابت محفوظ في متحف « وست منستر » في لندن بدرجة ٦٢ فهرنهايت أي (١٦،٧ درجة مئوية) .

أجزاء الياردة :

القدم = $\frac{1}{3}$ ياردة ، فالياردة = ٣ أقدام .

البوصة (الإنش) = $\frac{1}{12}$ قدم .

فالقدم = ١٢ بوصة .

ويكون الياردة = ١٢ × ٣ = ٣٦ بوصة .

وللياردة مضاعف هو : الميل

الميل = ١٧٦٠ ياردة = ١٧٦٠ × ٣ قدم

= ٥٢٨٠ قدم

ويرمز أحياناً للقدم بالإشارة (ً) توضع فوق عدد الأقدام وللبوصة بإشارة (ٌ) توضع فوق عدد البوصات فتكتب مثلاً الياردة = ٣َ = ٣٦ٌ .

ومن الملاحظ أن هذه المقاييس تتبع نظام الأعداد المنتسبة فإذا قيس طول قطعة من القماش فبلغ (٧) ياردات و (٢) قدم

و (٨) بوصات ، فإنك تعلم أن العدد الدال على طولها يكتب بصورة عدد منتسب بالشكل :

بوصة	قدم	يارد	أو	يارد	قدم	بوصة
٨	٢	٧		٧	٢	٨

تحويل الوحدات في المقاييس الإنكليزية :

مثال (١) :

حول الطول ٨ ٢ ٧ يارد إلى أقدام ، ثم إلى بوصات

الحل :

٧ يارد = ٧ × ٣ = ٢١ قدماً

٨ = ٨ ÷ ١٢ = $\frac{٢}{٣}$ قدم

إذن : الطول = ٢١ + ٢ + $\frac{٢}{٣}$ = ٢٣ $\frac{٢}{٣}$ قدماً

ولتحويل هذا الطول إلى بوصات نكتب :

٢٣ $\frac{٢}{٣}$ × ١٢ = ٢٨٤ بوصة

مثال (٢) :

أرض طولها ٧٤٢ بوصة ، اوجد العدد المنتسب الدال على هذا الطول باليارد وأجزائه .

الحل :

نحول البوصات إلى أقدام : ٧٤٢ ÷ ١٢ = ٦١ والباقي ١٠

نحول الأقدام إلى ياردات : ٦١ ÷ ٣ = ٢٠ يارد والباقي ١

إذن : ٧٤٢ بوصة = ١٠ ١ ٢٠ يارد

مثال (٣) :

بائع لديه سلك طوله ٨ً ١َ ٣٠ يارداً ، باع منه ثلاث قطع أطوالها (٤ً ١َ ٦ يارد) ، (٢ً ٢َ ٧ يارد) ، (١ً ٢َ ٥ يارد) فما طول القطعة الباقية ؟

الحل :

أولاً : نجمع ما بيع بالترتيب الآتي

٤ً	١َ	٦ يارد
٢	٢	٧
١	٢	٥
٧ً	٥َ	١٨ يارداً

ثانياً : نستخرج من كل وحدة العدد الصحيح الذي تحتويه من الوحدات الأكبر منها فيكون :

٧َ ٥َ ١٨ يارد = ٧َ ٢َ ١٩ يارد

ثالثاً : نطرح من طول القطعة الأولى مجموع ما بيع منها مع الاقتراض (الاستلاف) من الوحدة الأكبر عند تعذر طرح عددي تلك الوحدة .

٨ً	١َ	٣٠ يارد أي	٨ً ٤َ ٢٩ يارد
٧	٢	١٩	٧ ٢ ١٩
طول القطعة الباقية		=	١َ ٢َ ١٠ يارد

مثال (٤) :

أُنبوب (ماسورة) من الحديد طوله (٣ً ١َ ١٥ يارد) ، فما ثمنه إذا كان سعر القدم منه ٦ قروش ؟

الحل :

نحول العدد المركب ٣ً ١َ ١٥ يارد إلى أقدام

١٥ × ٣ = ٤٥ ، ٣ ÷ ١٢ = $\frac{١}{٤}$ قدم

∴ ٣ً ١َ ١٥ يارد = $\frac{١}{٤}$َ + ١َ + ٤٥َ = ٤٦$\frac{١}{٤}$ قدماً

ثمن الأُنبوب = ٤٦$\frac{١}{٤}$ × ٦ = ٢٧٧,٥ قرشاً = ١٣,٨٧٥ ريالا.

مثال (٥) :

وزعت محسنة قطعة من القماش طولها (٧ً ٢َ ١٩يارد) على ٥ فقيرات ، فما نصيب الواحدة منهن ؟ .

الحل :

نحول طول القطعة إلى بوصات أولاً ثم نجري القسمة :

٧ً ٢َ ١٩ يارد = ٧ + (٢ × ١٢) + (١٩ × ٣٦) = ٧١٥ً

نصيب الفقيرة = ٧١٥ ÷ ٥ = ١٤٣ بوصة

نصيب الفقيرة = ١١ً ٢َ ٣ يارد

تمـــارين

(١) ١٨ بوصة = ٠٠٠٠ قدم ٣٠ ٤ = ٠٠٠٠ بوصة

١ ميل = ٠٠٠٠ قدم ٤ ٨ = ٠٠٠٠ قدم

$\frac{١}{٨}$ ميل = ٠٠٠٠ قدم = ٣ ميل ، ٤٠٠ ياردة = ٠٠٠٠ ياردة

	بوصة	قدم	ميل		
٨٨٠ ياردة = ٠٠٠٠ ميل	٢٤	٩	٢	= ٠٠٠٠	ياردة

(٢) (أ) اجمع كلا مما يأتي مع اختصار الناتج لأبسط ما يمكن :

١٠ ٢	٢ ١٠ ياردة	٩ ٢ ٥ ياردة
٨ ٦	١ ٩	١ ١ ٣
		٨ ٢ ٦

(ب) اطرح :

٤ ٦	٧ ٩ ياردة	٥ ١ ١٢ ياردة
٢ ٣	٨ ٦	٤ ٢ ٩

(٣) حول كلا من المقادير الآتية إلى ياردات :

٦,٥ ميل ، (٧ أميال ، ١٦ ياردة) ، ٦١٢ قدماً ، (٥ أميال ، ١٠ ياردة ، ٧ أقدام) .

(٤) اشترت سيدة ثلاث قطع من الحبال طول الأولى (١٨ ٢ ٥ ياردة) وطول الثانية (٣ ١ ٤ ياردة) وطول الثالثة

(١٥ً ١٠ يارد) احسب مجموع ما اشترته بالبوصات ، ثم احسب ما تدفعه ثمن ما اشترت بالريالات إذا كان ثمن البوصة ٥ هللة .

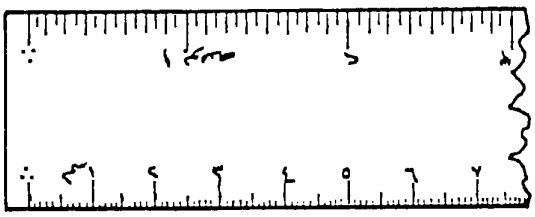
(٥) ملعب مربع الشكل طول ضلعه (٦ً ٢َ ٥٠ يارد) يراد يراد إحاطته بحاجز من الشريط كلفة اليارد منه ٨ ريالات ، فكم يكلف ذلك ؟

(٦) تاجر لديه قماش طوله (٦ً ٢َ ٣٢ يارد) باع ثلثه بسعر اليارد ٢٧ ريالًا وباع القسم الباقي بسعر القدم ١٠ ريالات فما ثمن مبيع القماش كله ؟

(٧) أرض زراعية مستطيلة الشكل طولها ٨ً ٢َ ١٢٥ يارد وعرضها ٦ً ١َ ١١٨ يارد أُوقفت في سبيل الله ثم أُحيطت بسياج كلفة اليارد منه ١٠ ريالات فكم ريالًا كانت كلفة السياج ؟

ثالثا : العلاقة بين مقاييس الطول المترية والإنكليزية :

لقد درست وحدات الطول في النظامين المتري والإنكليزي ، ورأيت أن النظام المتري يمتاز بأن العلاقة بين وحداته علاقة عشرية سهلة الحساب والتحويل. لذلك تجد أن ـ استعمالها أشمل وأعم ، في حين أن الوحدات الإنكليزية (وإن كانت في طريقها إلى الزوال) فإنها لا تزال مستعملة في بلاد كثيرة وفي عدد من أجهزة القياس العلمية والآلات الهندسية . كما تجد أن أكثر الأدوات الهندسية تظهر مدرجة وفق النظامين (شكل ٥) لذلك فإننا بحاجة لمعرفة التحويل من نظام إلى آخر .



(شكل ٥)

تحويل الوحدات الإنكليزية إلى مترية وبالعكس :

(١)

إن الياردة : يعادل تقريباً $\frac{٣٢}{٣٥}$ م # ٩١,٥ سم

وعلى هذا فإن القدم # $\frac{٣٢}{٣٥}$ ÷ ٣ # ٣٠,٥ سم

والبوصة # $\frac{٣٠,٥}{١٢}$ # ٢,٥ سم

والميل # ١٧٦٠ × $\frac{٣٢}{٣٥}$ # ١٦٠٩,١٤٣ م

$\frac{٨}{٥}$ كم

(٢) وبالعكس فإن :

المتر # $\frac{٣٥}{٣٢}$ يارد # ١,١ يارد .

٣,٣ قدم .

والسنتيمتر # ٠,٤ بوصة .

والكيلومتر # ١,١ × ١٠٠٠ يارد

$\frac{١٠٠٠ \times ١٠١}{١٧٦٠}$ # $\frac{٥}{٨}$ الميل .

مثال (١) :

حول كلا مما يأتي إلى أمتار :

(٣ ميل) ، (٦ً ٢َ)

الحل :

٣ ميل = ٣ × ١٦٠٩,١٤٣ = ٤٨٢٧,٤٢٩ م

٦ً ٢َ = $\frac{٦}{١٢}$ ٢ قدم =

= ٢,٥َ # ٢,٥ × ٣٠,٥ # ٧٦,٢٥ سم # ٠,٧٦ م

مثال (٢) :

اذكر باليارد ما يساويه كل من الأطوال الآتية :

١٠٠ مم ، ٢٠٠ م ، ٤٠٠ سم ، ١٥٠٠ دسم .

الحل :

نعلم أن المتر # ١,١ يارداً .

١٠٠ مم = ٠,١ م # ٠,١ × ١,١ # ٠,١١ يارداً .

٢٠٠ م = ٢٠٠ × $\frac{٣٥}{٣٢}$ ياردا = ٢١٨٫٧٥ ياردا ،

٤٠٠ سم = ٤ م # ٤ × ١٫١ # ٤٫٤ ياردا .

١٥٠٠ دسم = ١٥٠ م # ١٥٠ × ١٫١ ياردا = ١٦٥ياردا

مثال (٣) :

يسير هشام بسيارته بسرعة ٥٠ ميل / ساعة ، ويسير عدنان بسيارته بسرعة ٧٠ كم / ساعة أيهما أسرع ؟ وما مقدار الفرق بين سرعتيهما بالكيلومتر/ساعة ؟

الحل :

الميل # ١٦٠٩,١٤٣ م .

∴ سرعة هشام # ٥٠ × ١٦٠٩,١٤٣ # ٨٠٤٥٧,١٥٠م

٨٠,٤٦ كم/ساعة .

∴ سرعة هشام أكبر من سرعة عدنان

زيادة سرعة هشام عن سرعة عدنان # ٨٠,٤٦ - ٧٠

= ١٠,٤٦ كم/ساعة .

مثال (٤) :

المسافة بين مكة المكرمة والمدينة المنورة ٤٥٠ كم ، اوجد هذه المسافة بالأميال ؟

الحل :

الكيلومتر = $\frac{٥}{٨}$ الميل .

٤٥٠ كم # ٤٥٠ × $\frac{٥}{٨}$ الميل = ٢٨١,٢٥ ميل .

مثال (٥) :

قطعتا قماش سعر المتر من الأُولى ٤ ريالات ، وسعر اليارد من الثانية ٣,٥ ريال ، فأيهما أرخص ؟ .

الحل :

نعلم أن اليارد # ٩١,٥ سم # ٠,٩١٥ م ، وسعر المتر من القماش الأول = ٤ ريالات .

∴ سعر ٠,٩١٥ م (وهو طول اليارد) = ٠,٩١٥ × ٤ = ٣,٦٦ ريالا .

∴ سعر اليارد من الأُولى ٣,٦٦ ريالا .

∴ سعر اليارد من الثانية وهو ٣,٥ ريالا أرخص .

ملاحظة :

كان من الممكن معرفة سعر المتر من الثانية فنقول :

المتر # ١,١ يارد ، وسعر اليارد = ٣,٥ ريال .

٣,٥ × ١,١ # ٣,٨٥ ريالاً .

سعر المتر من الثانية ٣,٨٥ ريالا فالقماش الثاني أرخص من الأول .

تمـــــارين

(١) املأ الفراغ في كل مما يأتي :

(أ) ٢٥ مم = ٠٠٠٠ سم = ٠٠٠٠ بوصة .

(ب) ٤٤٠ سم = ٠٠٠٠ م = ٠٠٠٠ يارد .

(جـ) ٣٥٧ يارد = ٠٠٠٠ م .

(د) $\frac{٣}{٤}$ ميل = ٠٠٠٠ يارد = ٠٠٠٠ م

(هـ) ٢٥٠ كم = ٠٠٠٠ ميل .

(٢) (أ) سرعة سيارة ٨٠٫٥ كم/ساعة ، اوجد هذه السرعة بالأميال / ساعة .

(ب) تندفع طائرة نفاثة بسرعة ٤٥٠ ميل/ساعة . فكم سرعة هذه الطائرة بالكيلومتر / ساعة ؟

(٣) طائرة تسير على ارتفاع ١٠٠٠٠ قدم وأخرى على ارتفاع ٤٥٦٠ م فأيهما أكثر ارتفاعاً ؟

(٤) اشترى عبد الله قطعة قماش بمبلغ ٤٣٠ ريالاً بسعر المتر ٢٠ ريالاً فما طول هذه القطعة باليادات ؟ وبكم يبيع اليارد منها ليربح بها ٢٢٠ ريالاً ؟

(٥) أرض مستطيلة الشكل طول محيطها ١٢٠ م وطولها يزيد عن عرضها ٤ م فما بعداها بالأمتار أولاً ؟ ثم باليادات وأجزائها ؟

(٦) سبّاح يقطع ٣ أميال في الساعة ويقطع سبّاح آخر ٢ كم في ٢٠ دقيقة فأيهما أسرع وما الفرق بين سرعتيهما بالكم/ساعة ؟

(٧) سافرت سلمى من الرياض إلى مكة لأداء فريضة الحج فقرأت لوحة في الطريق كتب عليها (مكة ٤٠٠ كم) احسب كم من الزمن بقي لوصولها إلى مكة إذا كانت السيارة التي تركبها تسير بسرعة ٦٠ ميل/ساعة .



الصف الثالث المتوسط

الفهرس

الفصل الأول

١ – مراجعة قابلية القسمة
٢ – القوة وتحليل العدد إلى عوامله الأولية
٣ – الجذر التربيعي والجذر التكعيبي
٤ – المتوسط الحسابي
٥ – بعض تطبيقات المتوسط الحسابي
٦ – النسبة

الفصل الثاني

١– التناسب
٢ – التقسيم التناسبي
٣ – مسائل توزيع الميراث
٤ – الشركات
٥ – المقاييس الاسلامية
٦ – مقاييس الطول